

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to
E-100.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

EGZAMIN MATURALNY

MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

TEST DIAGNOSTYCZNY

TERMIN: **marzec 2021 r.**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ
NADZORUJĄCY**



Uprawnienia zdającego do:

- nieprzenoszenia
zaznaczeń na kartę
- dostosowania
zasad oceniania
- dostosowania w zw.
z dyskalkulią.



EMAP-R0-**100**-2103

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–15).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_2 9$ jest równa

- A. $\frac{1}{\log_3 4}$ B. $\log_3 4$ C. $\frac{1}{\log_3 \sqrt{2}}$ D. $\log_3 \sqrt{2}$

Zadanie 2. (0–1)

Dane są dwie urny z kulami. W pierwszej urnie jest 10 kul: 8 białych i 2 czarne, w drugiej jest 8 kul: 5 białych i 3 czarne. Wylosowanie każdej z urn jest jednakowo prawdopodobne. Wylosowano jedną z tych urn i wyciągnięto z niej losowo jedną kulę. Wyciągnięta kula była czarna. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana kula pochodziła z pierwszej z tych urn, jest równe

- A. $\frac{2}{18}$ B. $\frac{15}{23}$ C. $\frac{8}{23}$ D. $\frac{5}{18}$

Zadanie 3. (0–1)

Prosta dana równaniem $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ jest prostopadła do stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + x + 5$ w punkcie

- A. $(-1, 6)$ B. $(0, 5)$ C. $(1, 5)$ D. $(2, 3)$

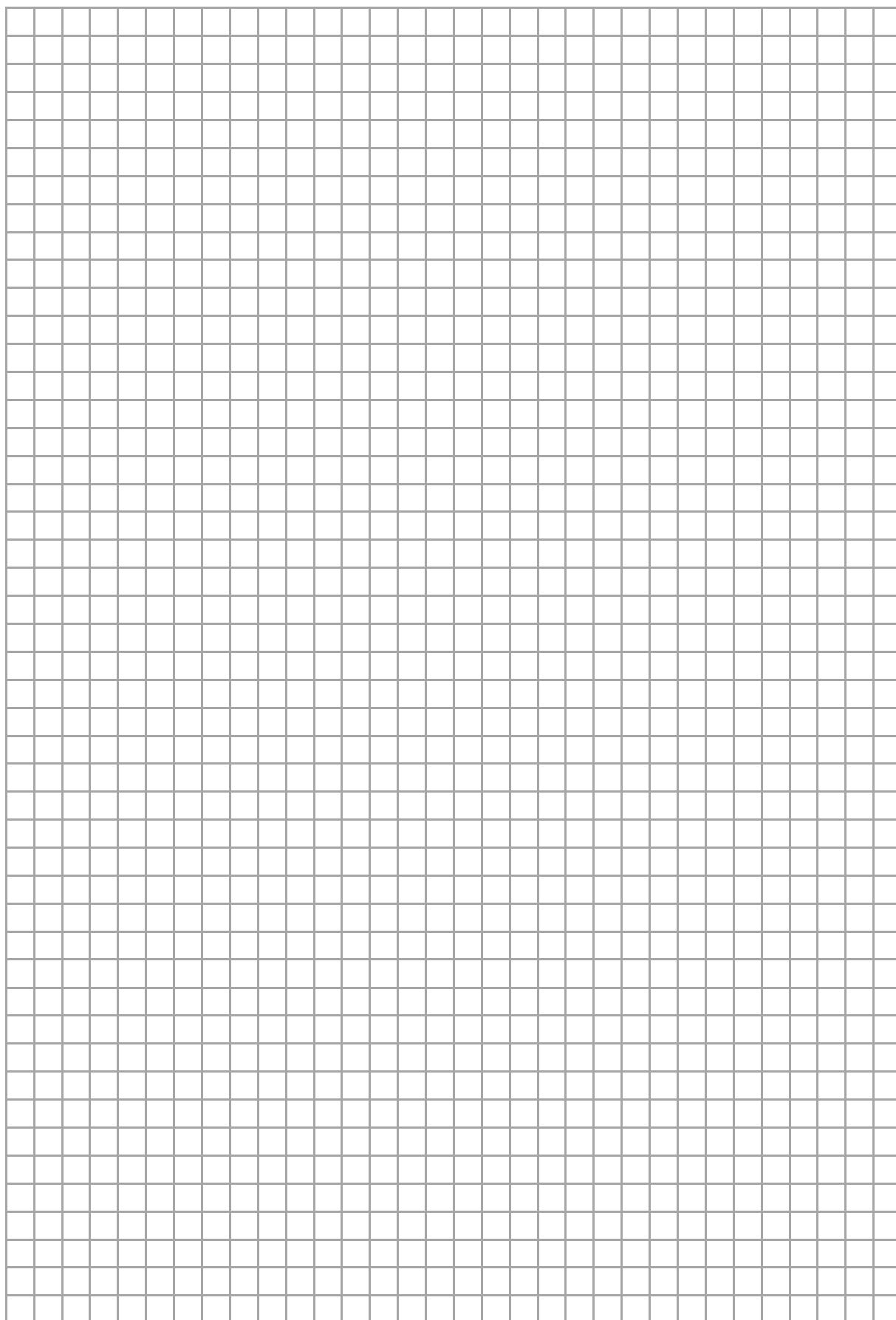
Zadanie 4. (0–1)

Liczba x jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Liczba y jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Wynika stąd, że liczba $x - y$ jest równa

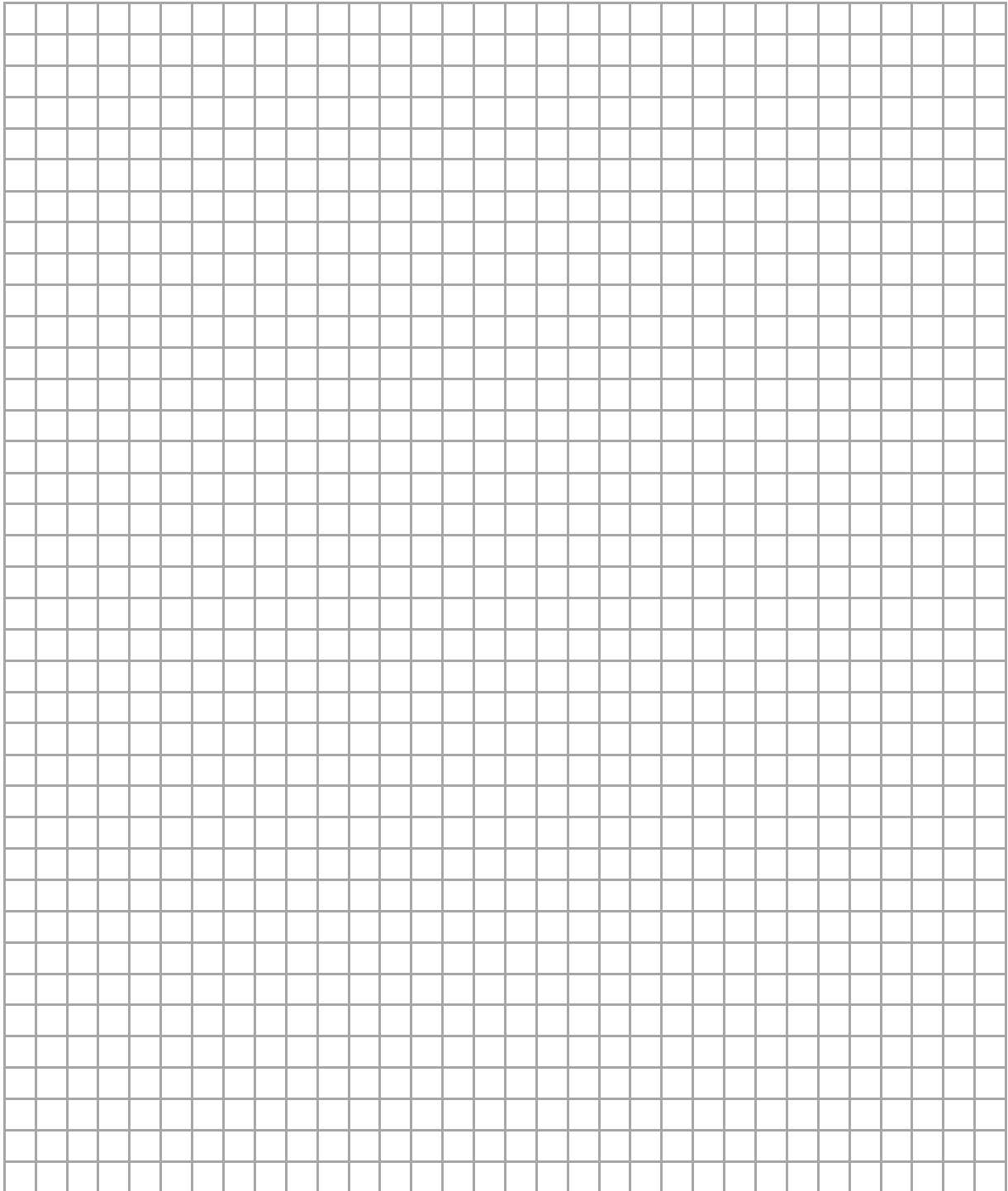
- A. 0 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ D. 3

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 6. (0–3)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x większej od 2 i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność $5x^2 - 6xy + 3y^2 - 2x - 4 > 0$.

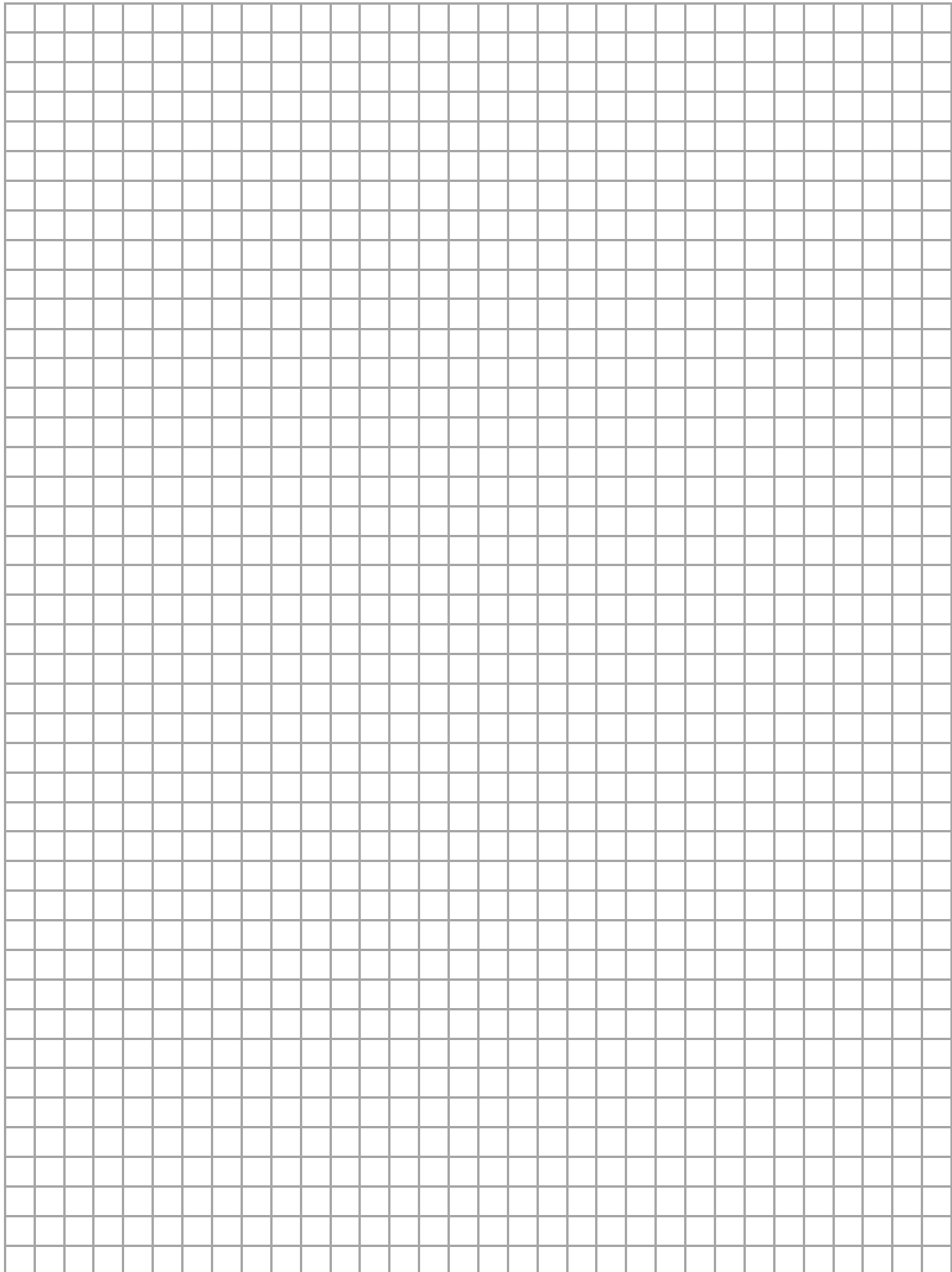


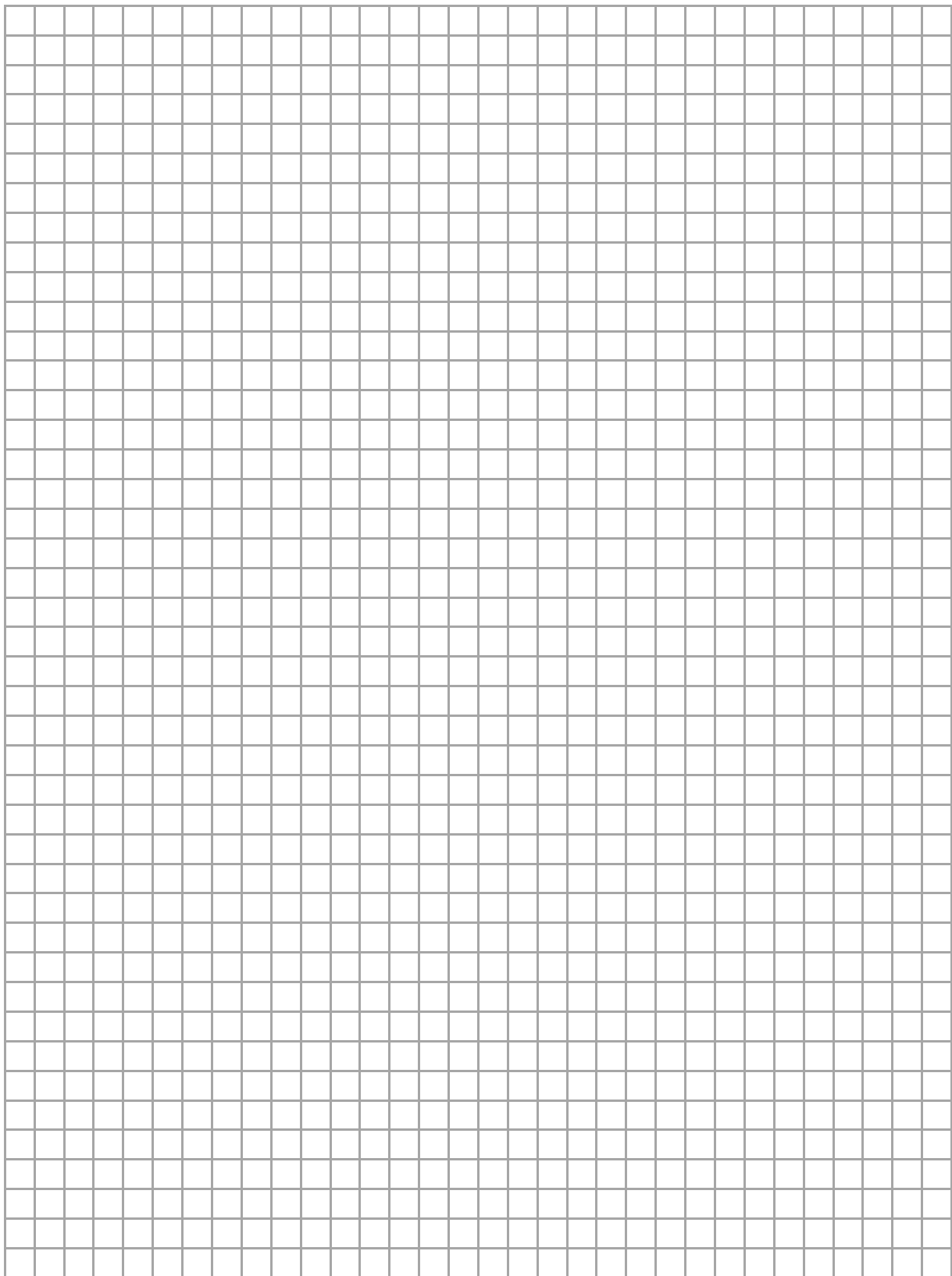
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.
	Maks. liczba pkt	2	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 7. (0–4)

Rozwiąż równanie:

$$\sin\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) \cdot \cos\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$





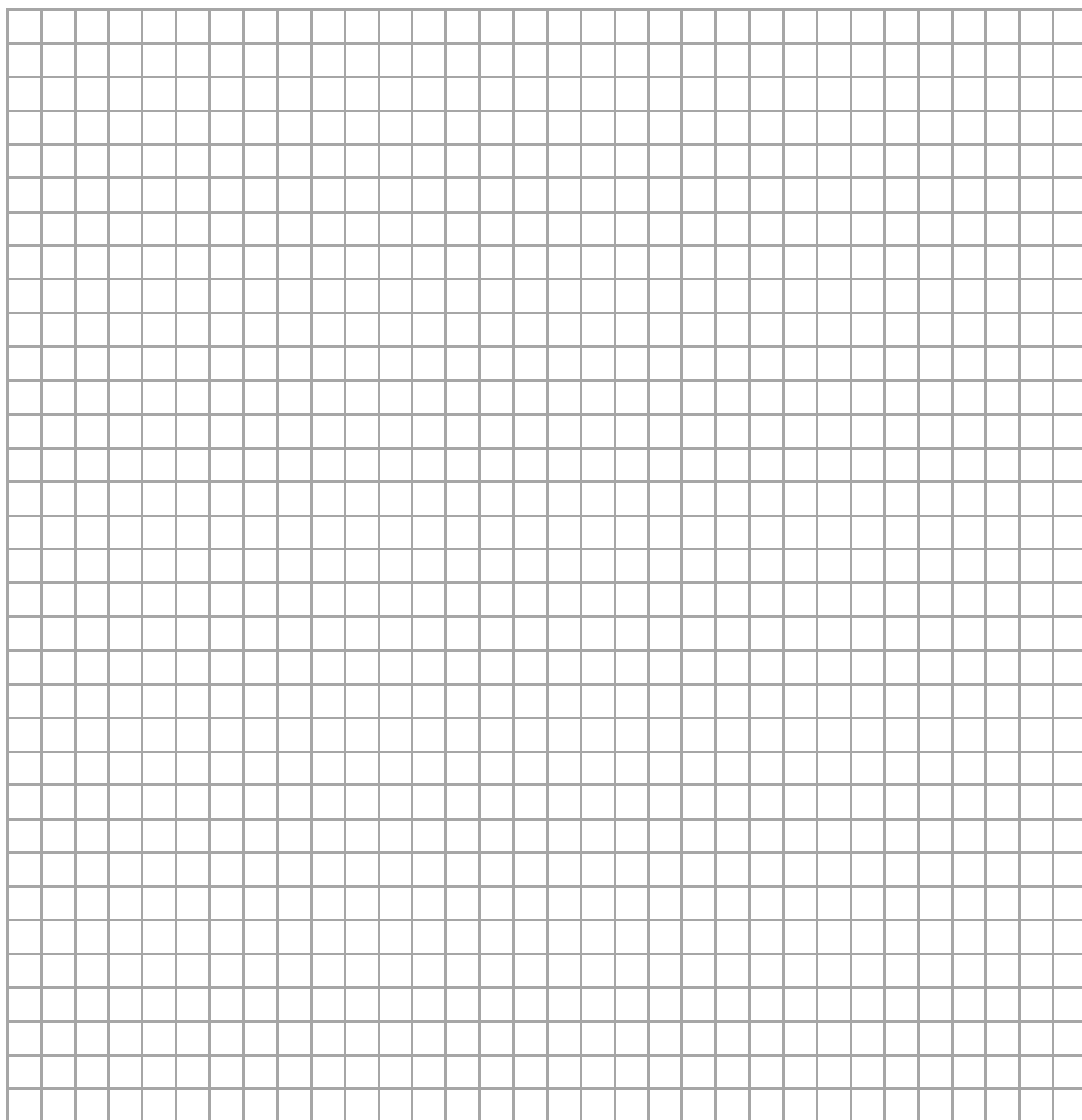
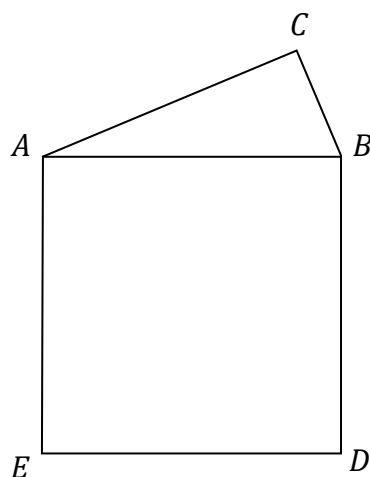
Odpowiedź:

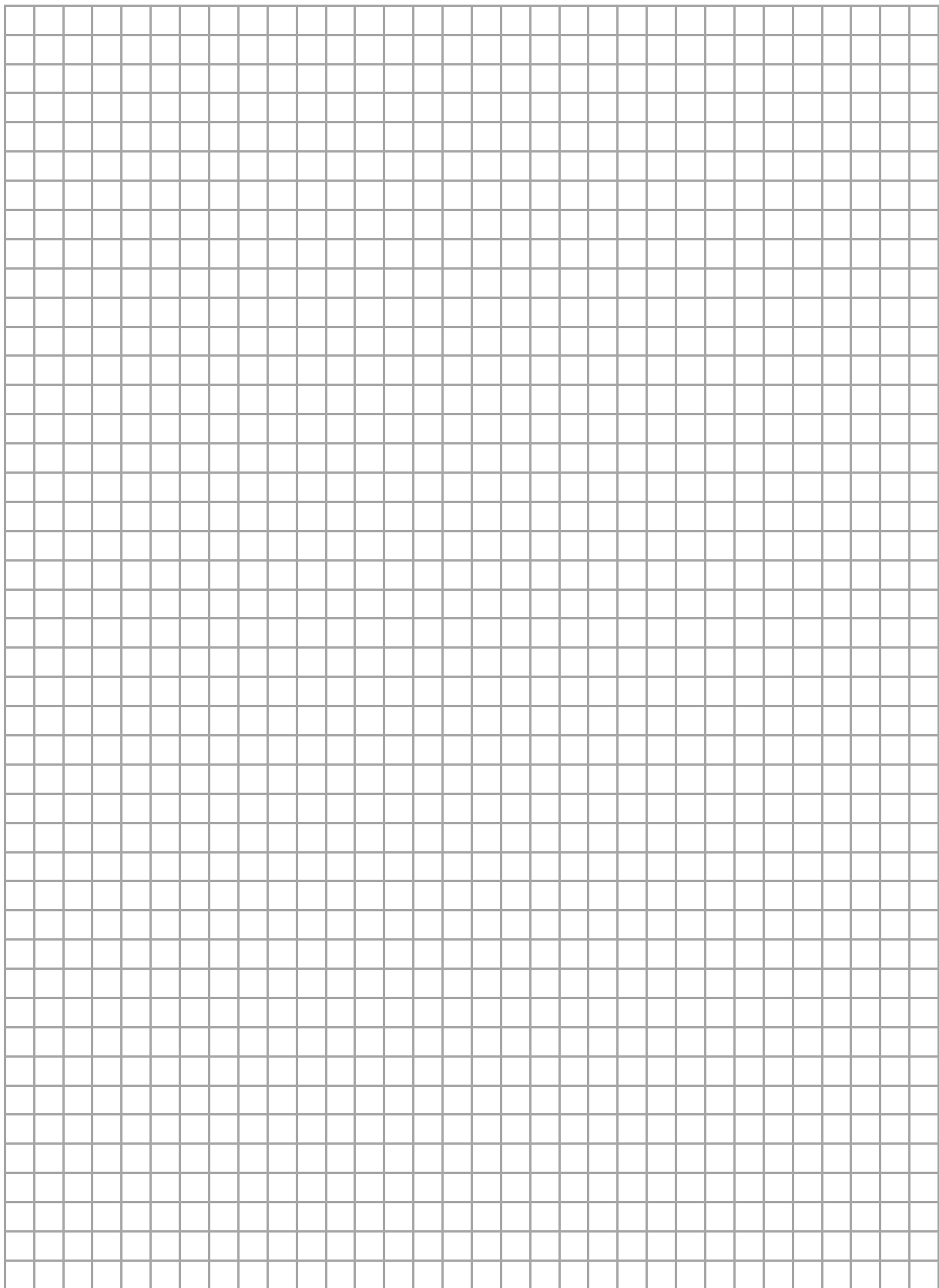
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 8. (0–4)

Na przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC zbudowano kwadrat $ABDE$ (zobacz rysunek). Stosunek pola trójkąta do pola kwadratu jest równy k .

Wykaż, że suma tangensów kątów ostrych tego trójkąta jest równa $\frac{1}{2k}$.

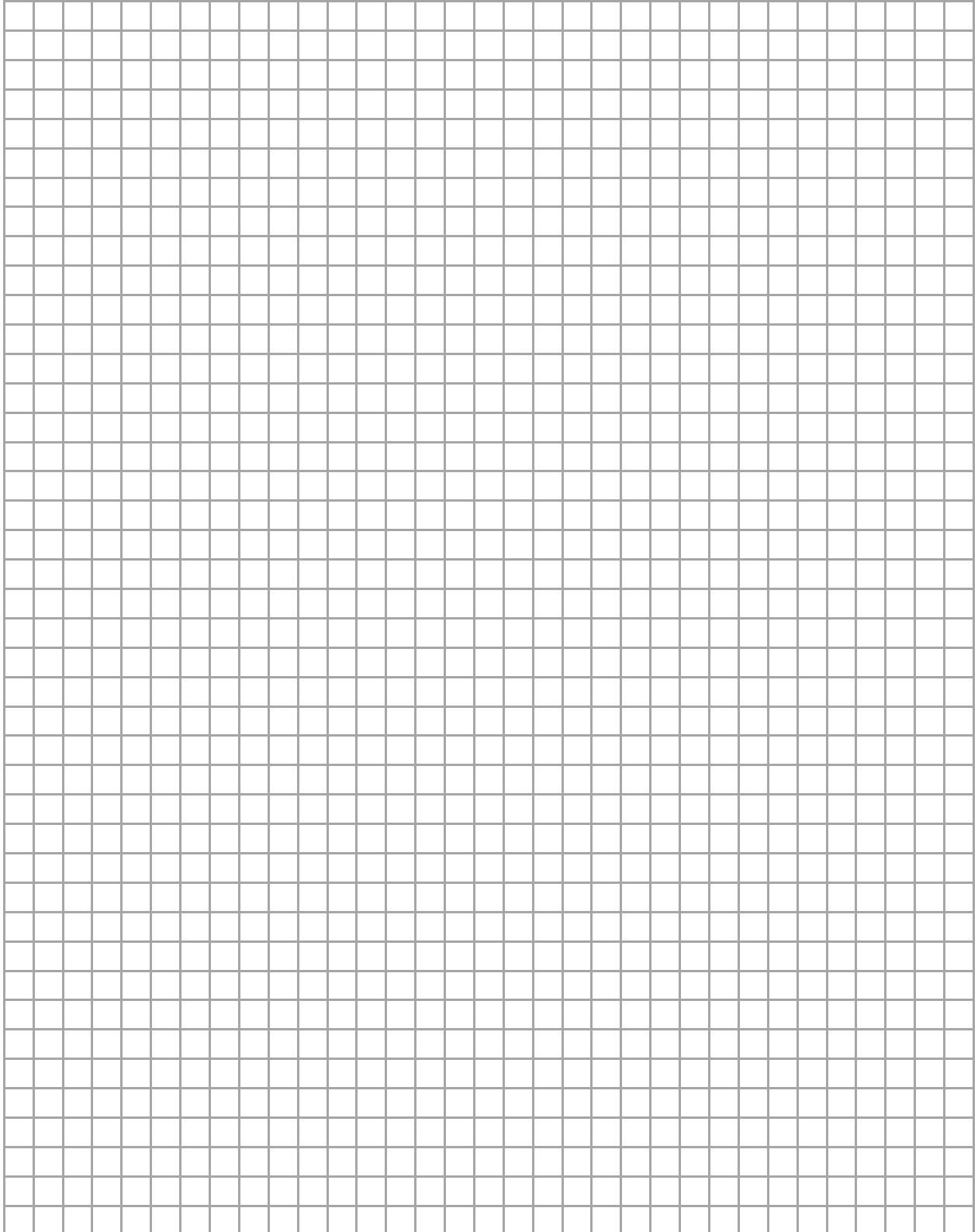


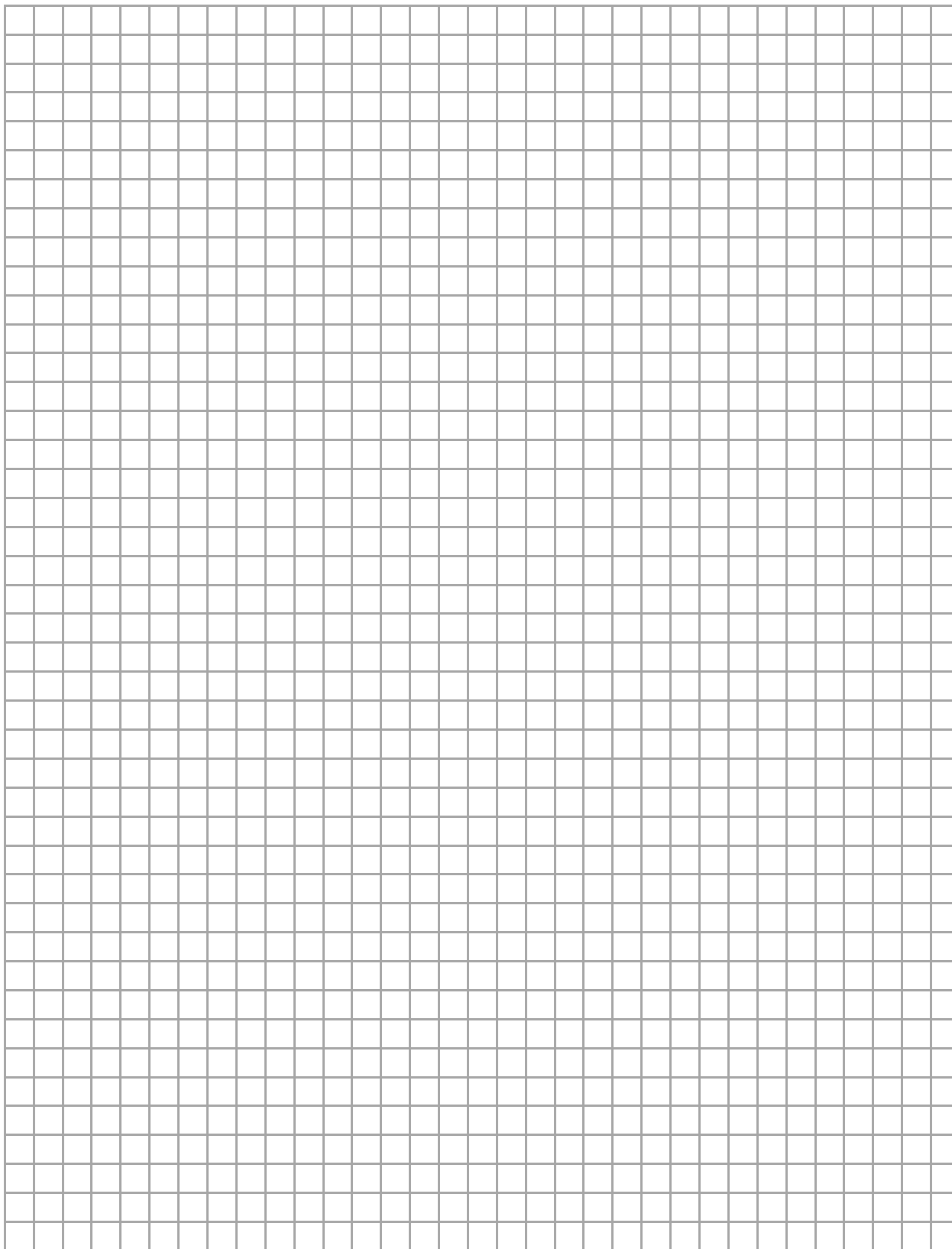


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 9. (0–4)

Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o promieniu $R = 5\sqrt{2}$. Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10. Kąty wewnętrzne BAD i ADC czworokąta $ABCD$ są ostre, a iloczyn sinusów wszystkich jego kątów wewnętrznych jest równy $\frac{3}{8}$. Oblicz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta.



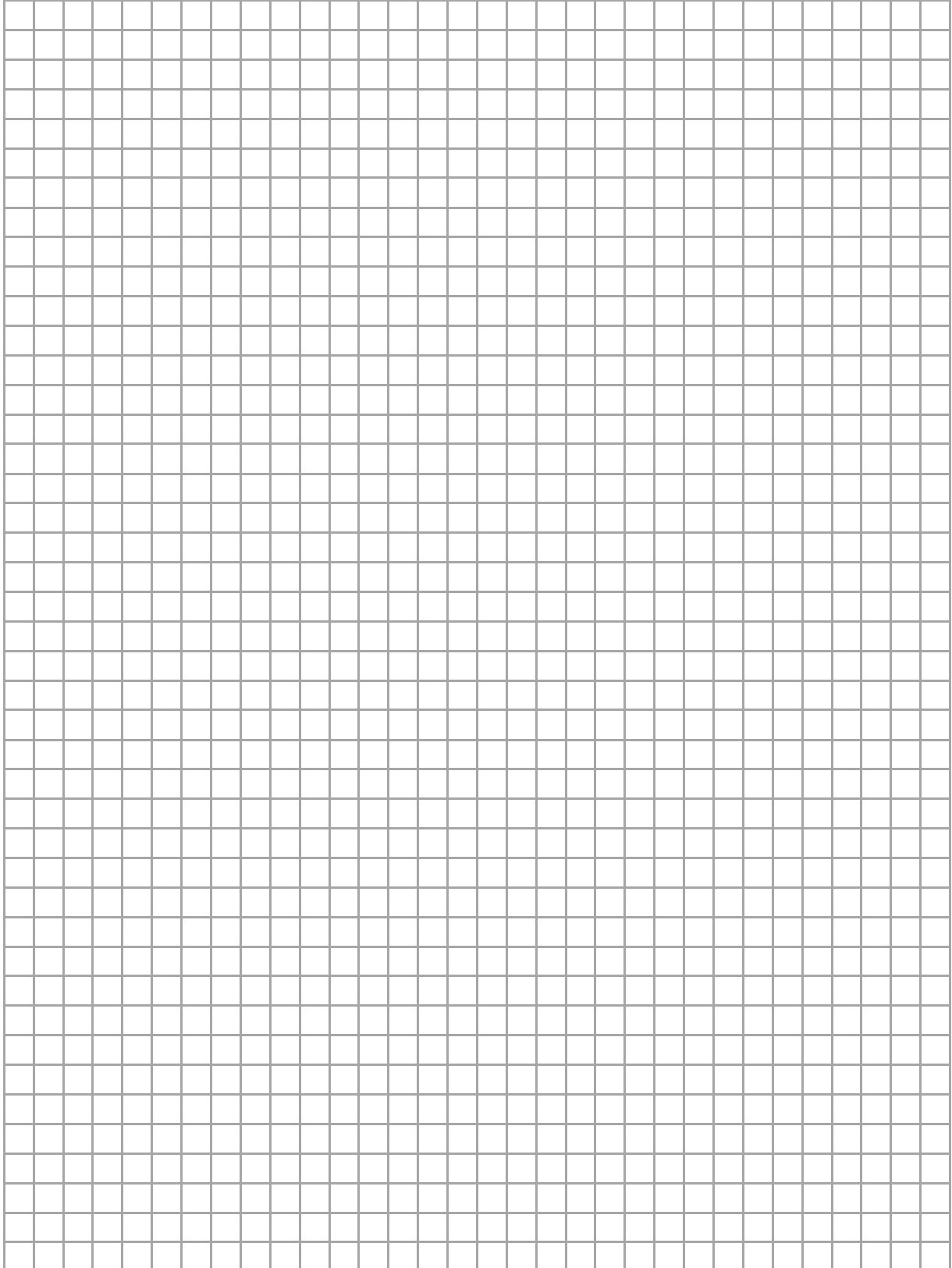


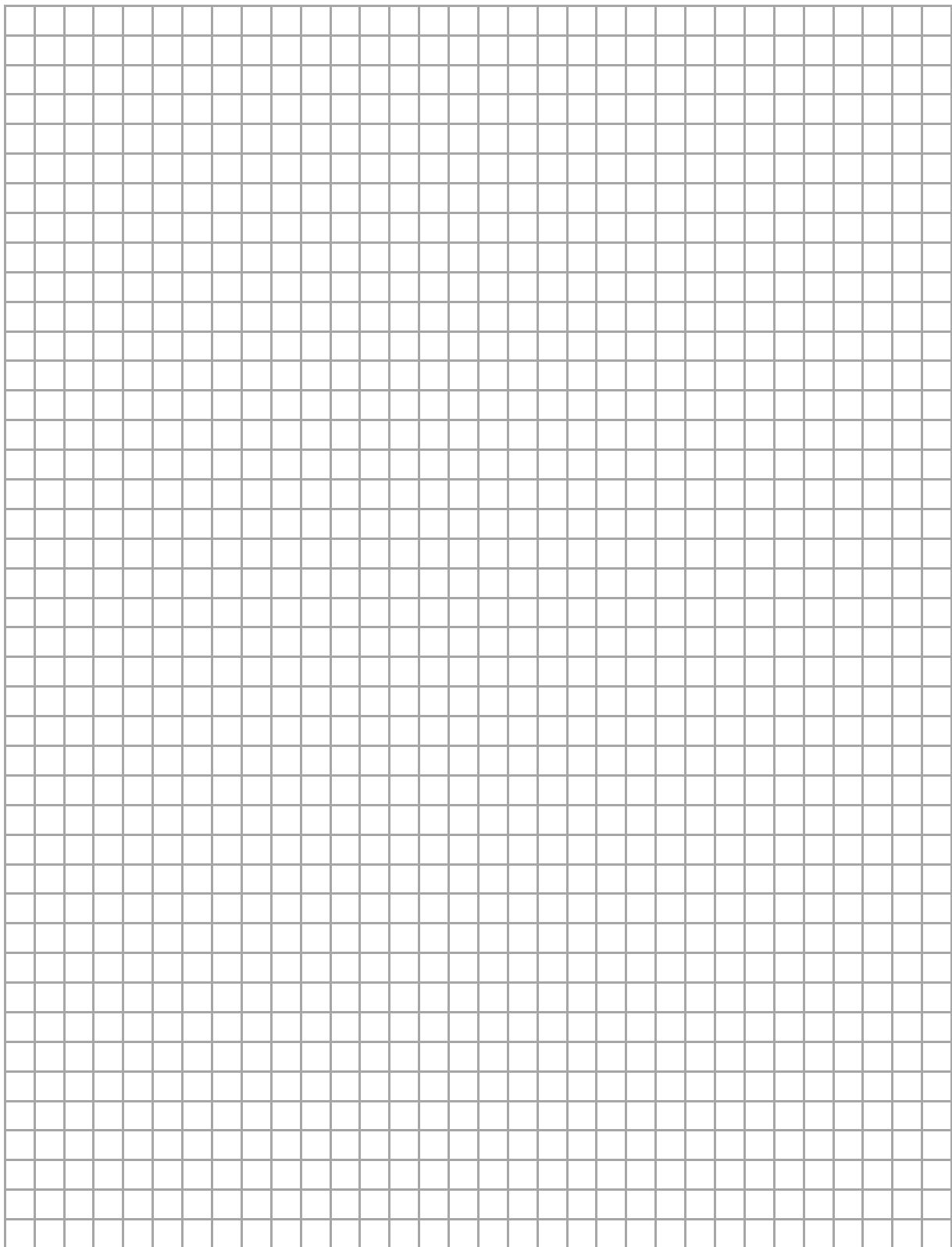
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 10. (0–4)

Reszty z dzielenia wielomianu $W(x) = x^4 + bx^3 + cx^2$ przez dwumiany $(x - 2)$ i $(x - 3)$ są odpowiednio równe (-8) oraz (-18) . Oblicz resztę z dzielenia wielomianu W przez dwumian $(x - 4)$.





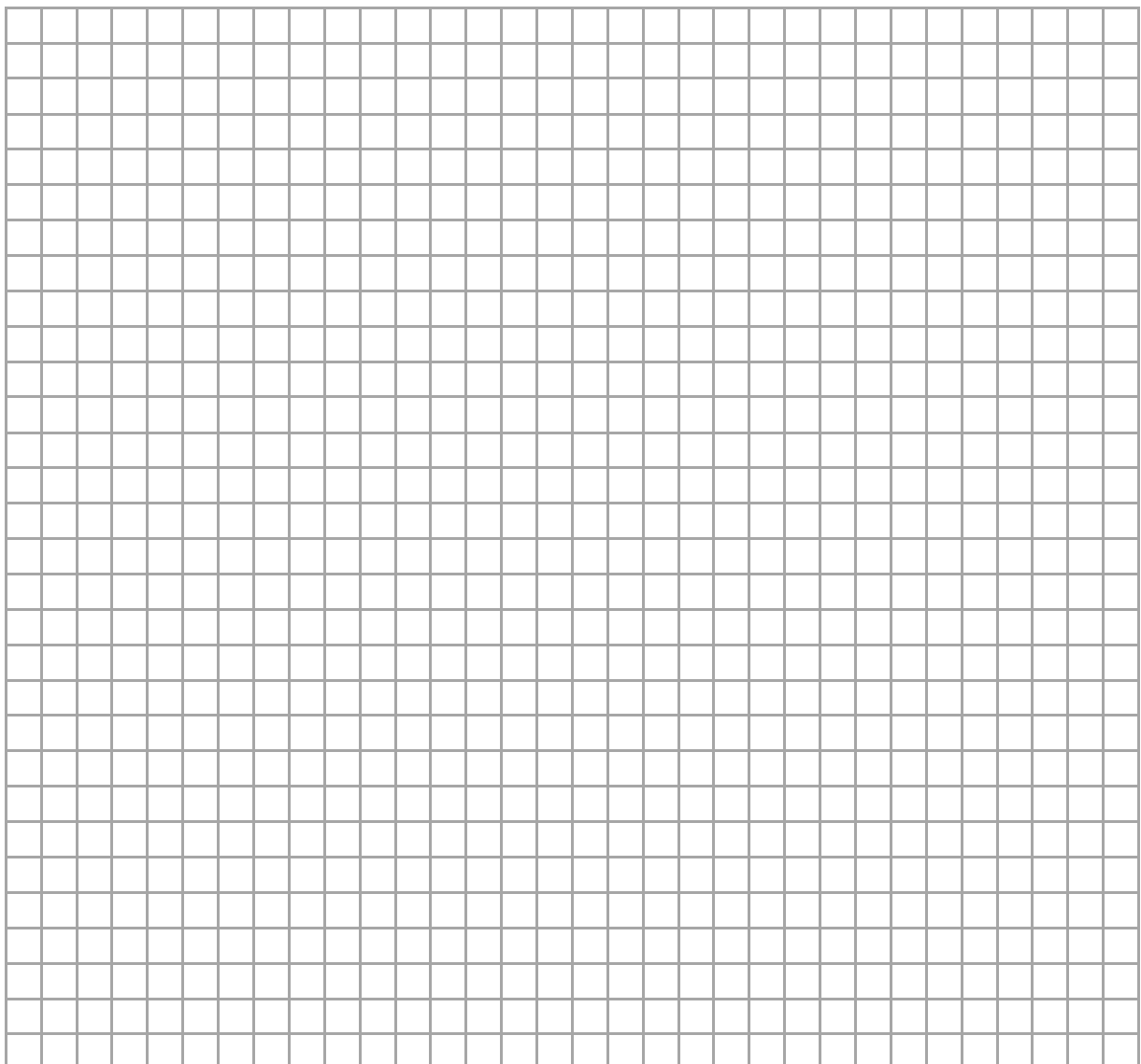
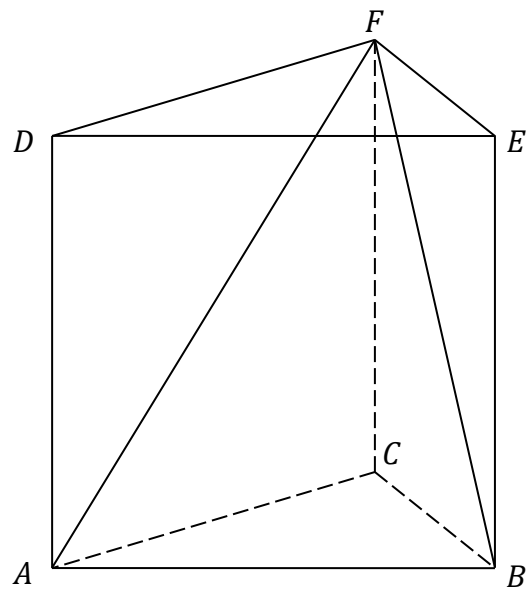
Odpowiedź:

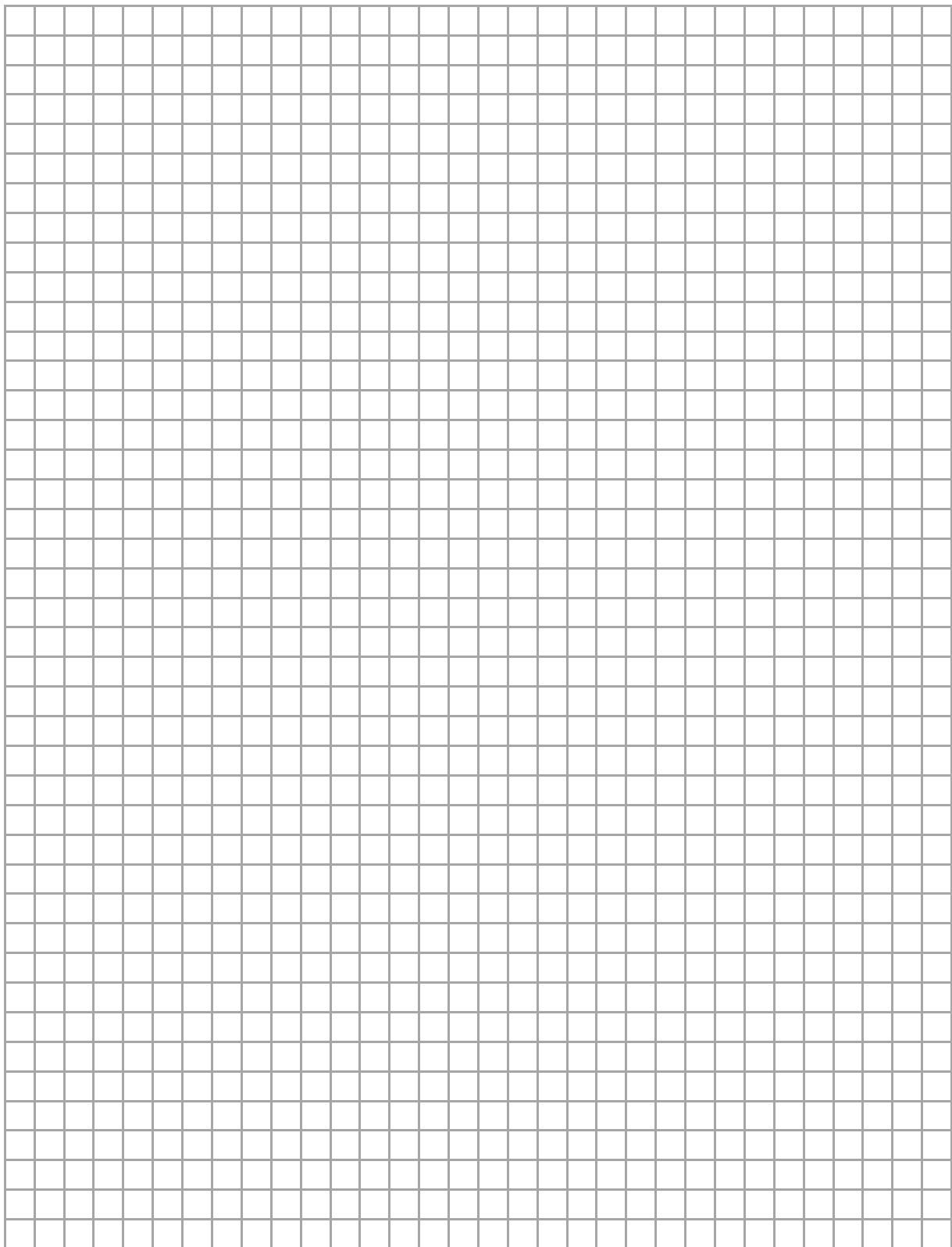
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 11. (0–4)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$. Krawędź podstawy tego graniastosłupa ma długość 4, a wysokość graniastosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek).

Oblicz sinus kąta AFB .



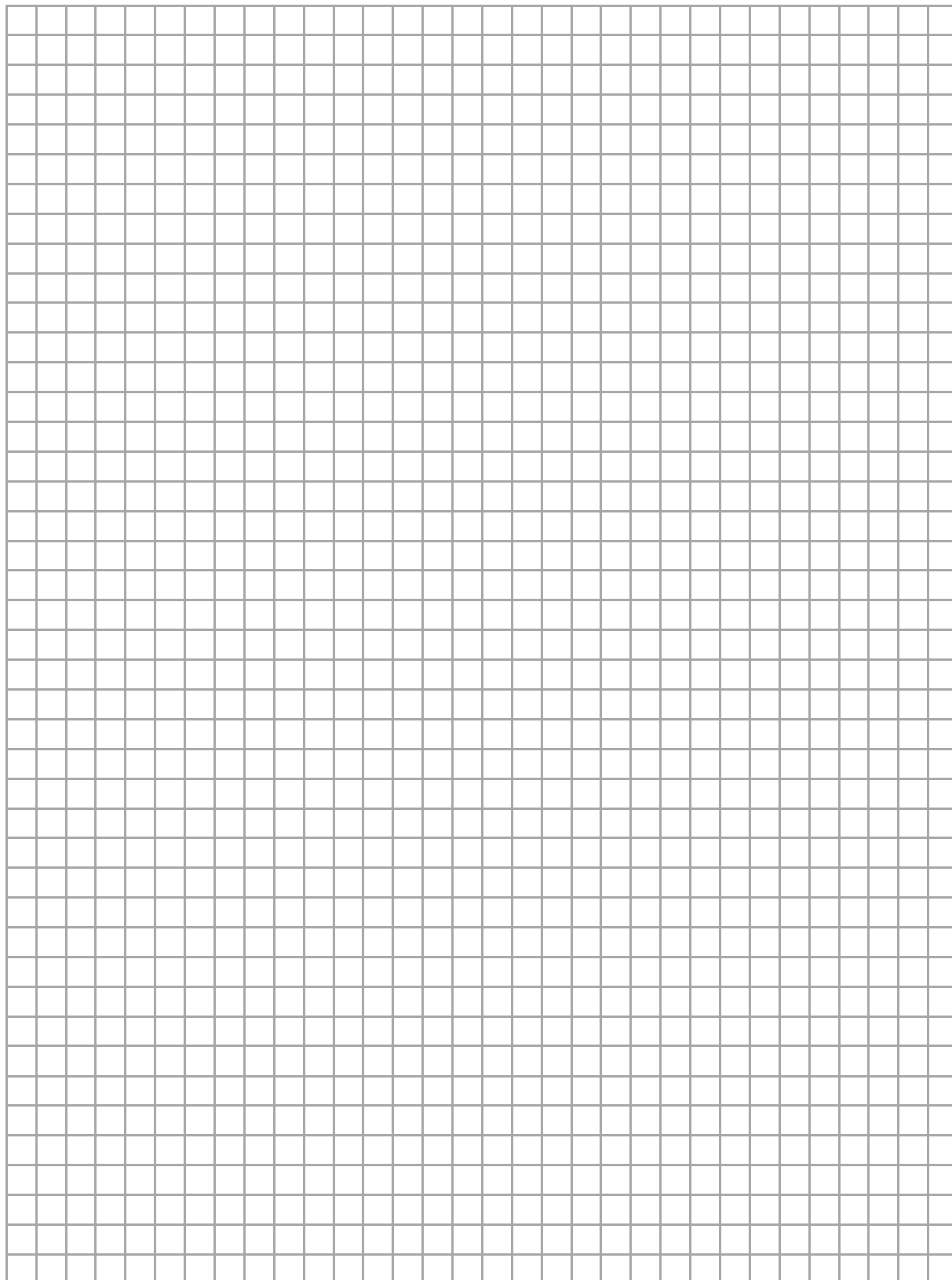


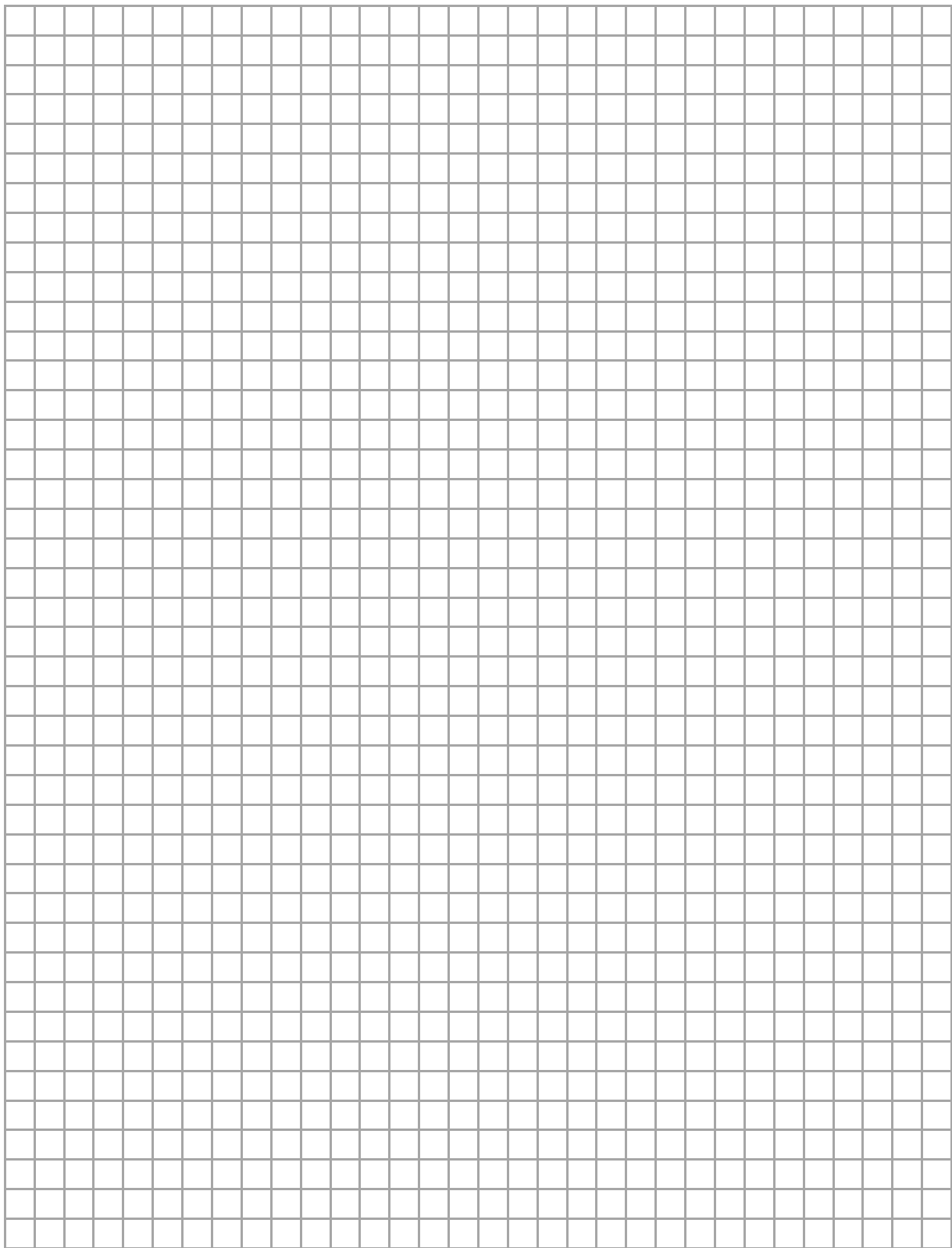
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 12. (0–5)

Czterowyzowy ciąg (a, b, c, d) jest rosnący i arytmetyczny. Kwadrat największego wyrazu tego ciągu jest równy podwojonej sumie kwadratów pozostałych wyrazów tego ciągu. Ponadto ciąg $(a + 100, b, c)$ jest geometryczny. Oblicz wyrazy ciągu (a, b, c, d) .



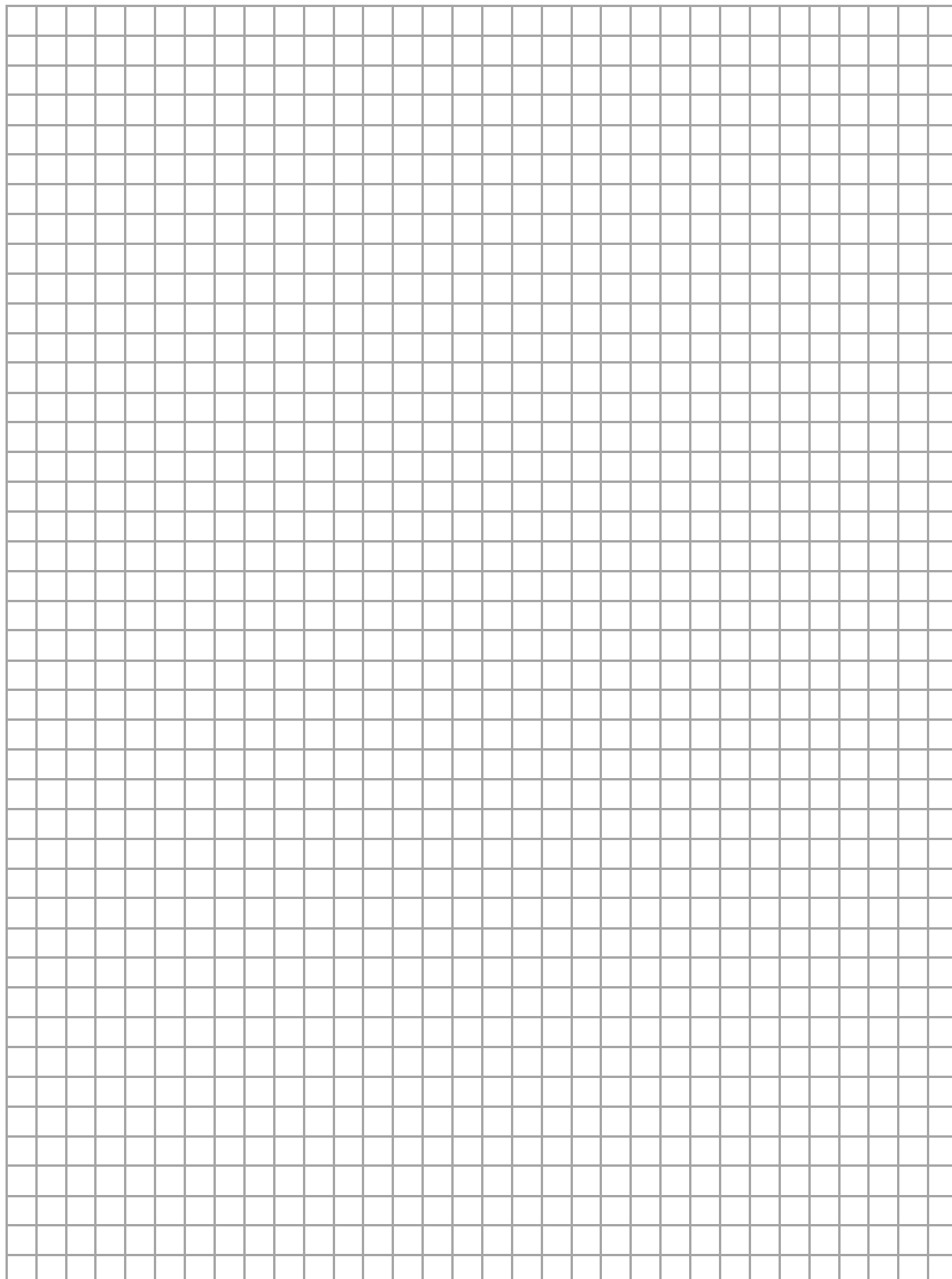


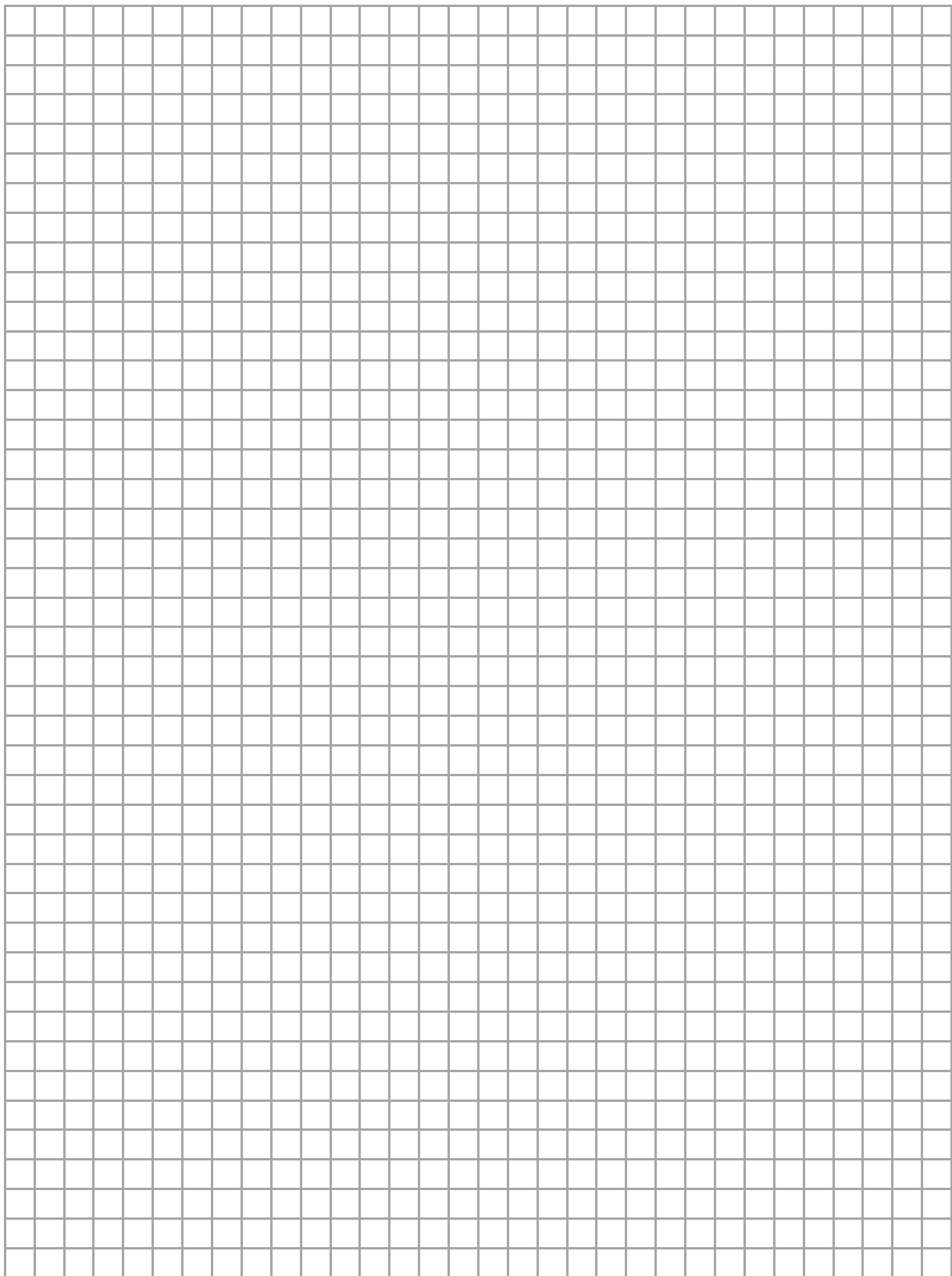
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

Dany jest równoległobok, którego boki zawierają się w prostych o równaniach: $y = x + b$, $y = x + 2b$, $y = b$, $y = 2$, gdzie liczba rzeczywista b spełnia warunki: $b \neq 2$ i $b \neq 0$. Wyznacz wszystkie wartości parametru b , dla których pole tego równoległoboku jest równe 1.



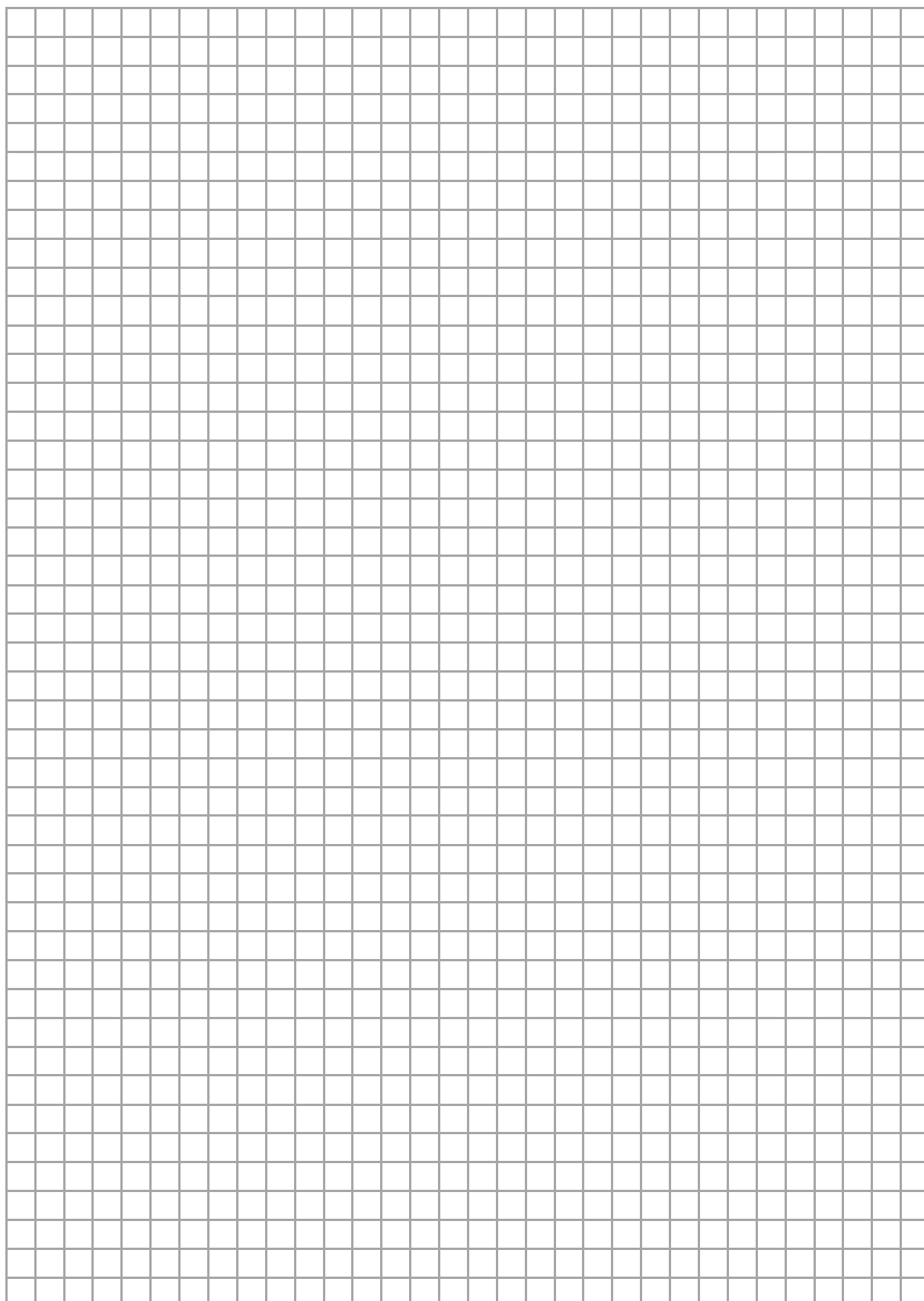


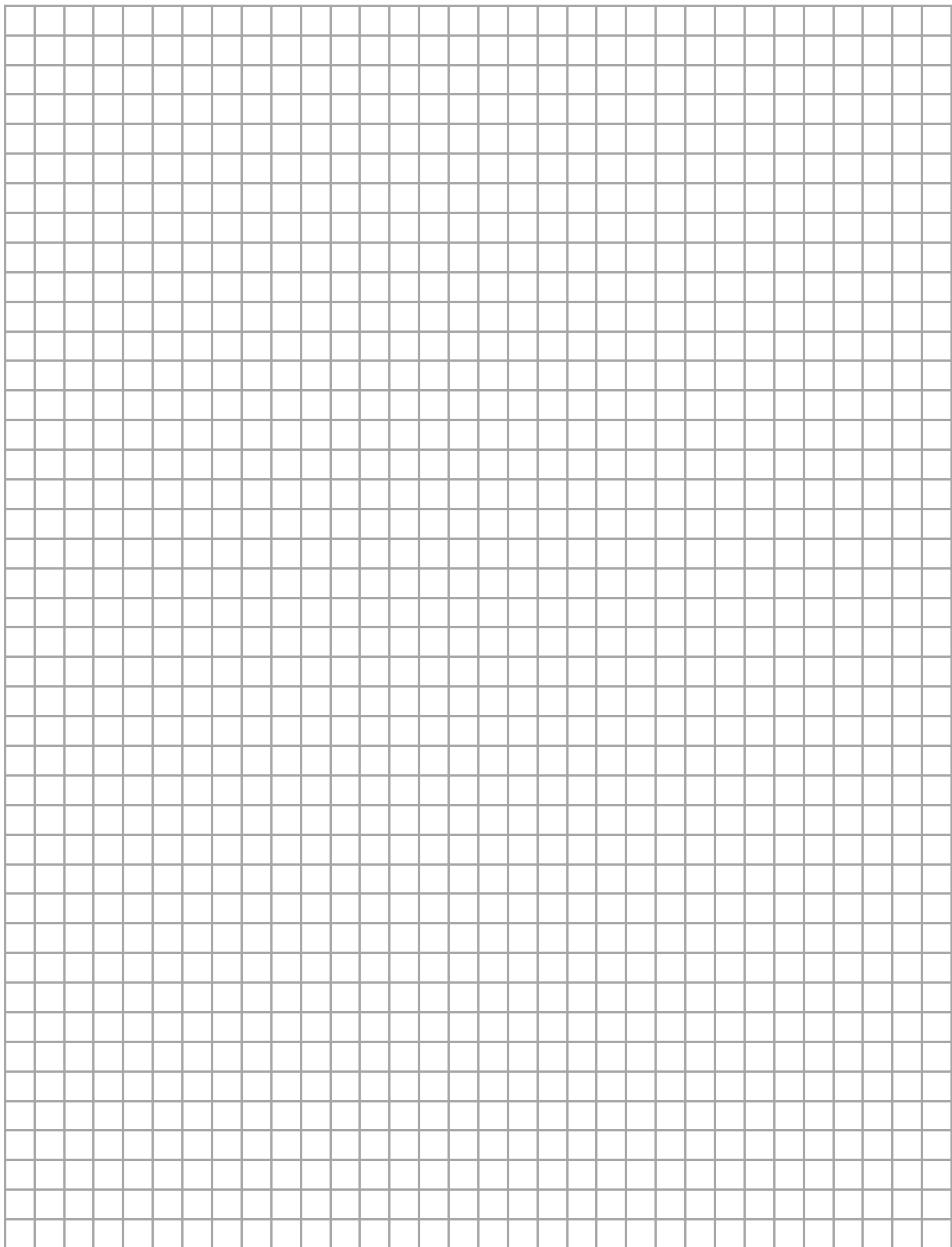
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których równanie $x^2 - 2ax + a^3 - 2a = 0$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie.



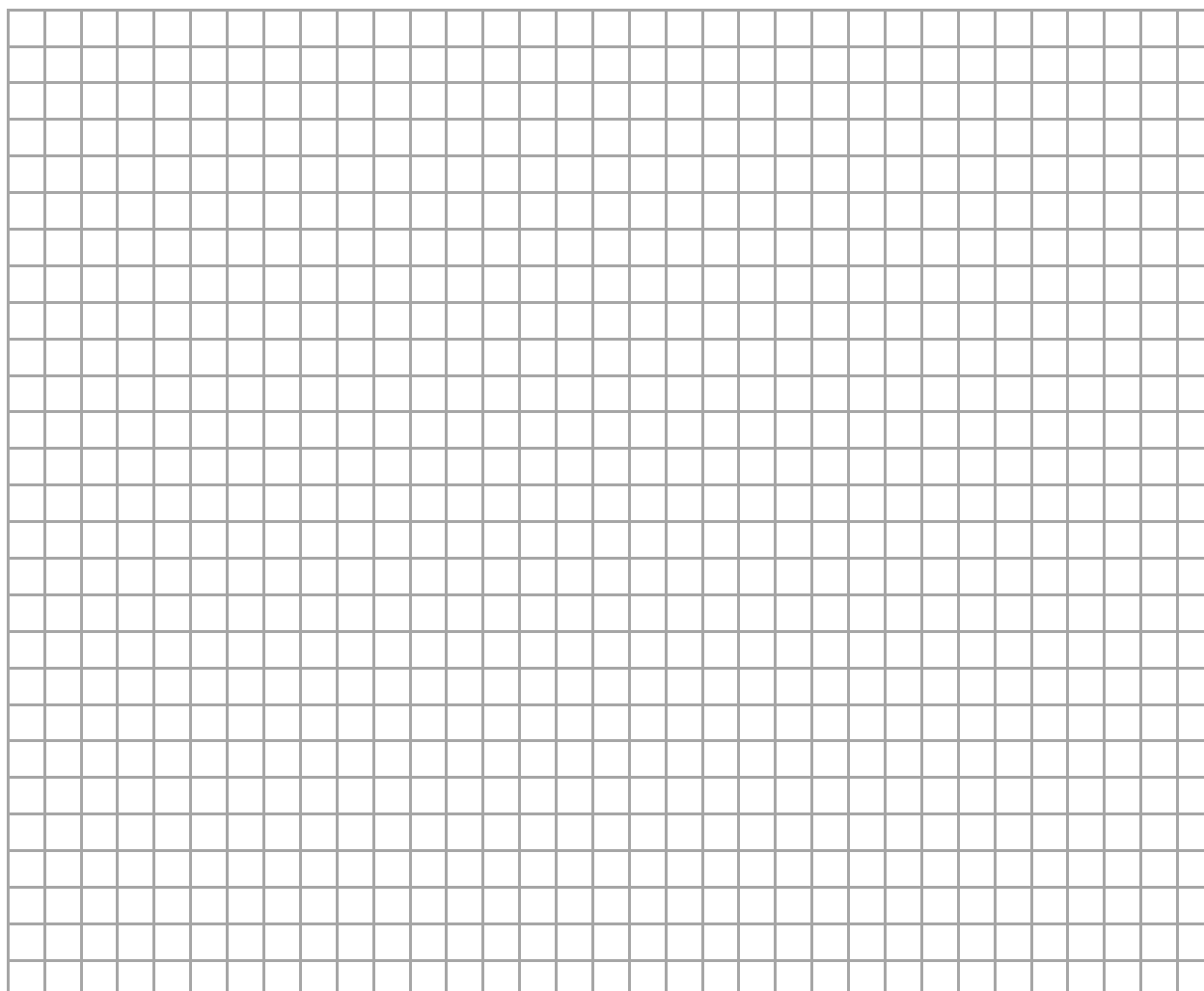
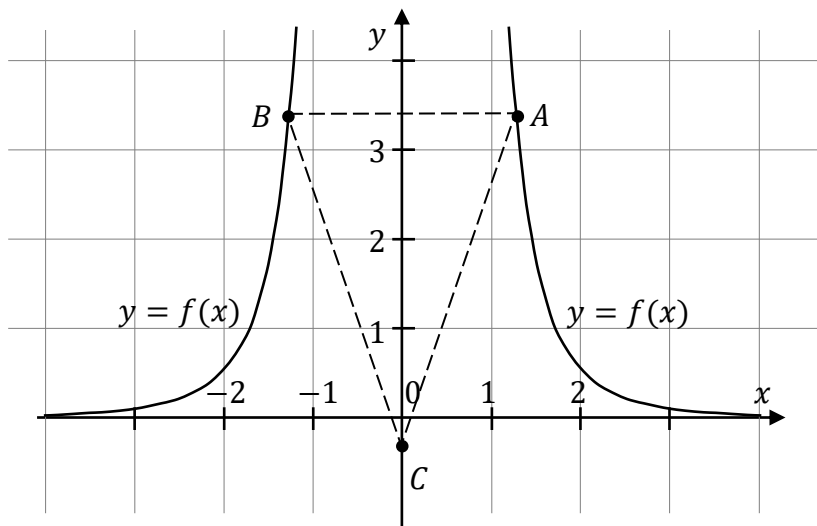


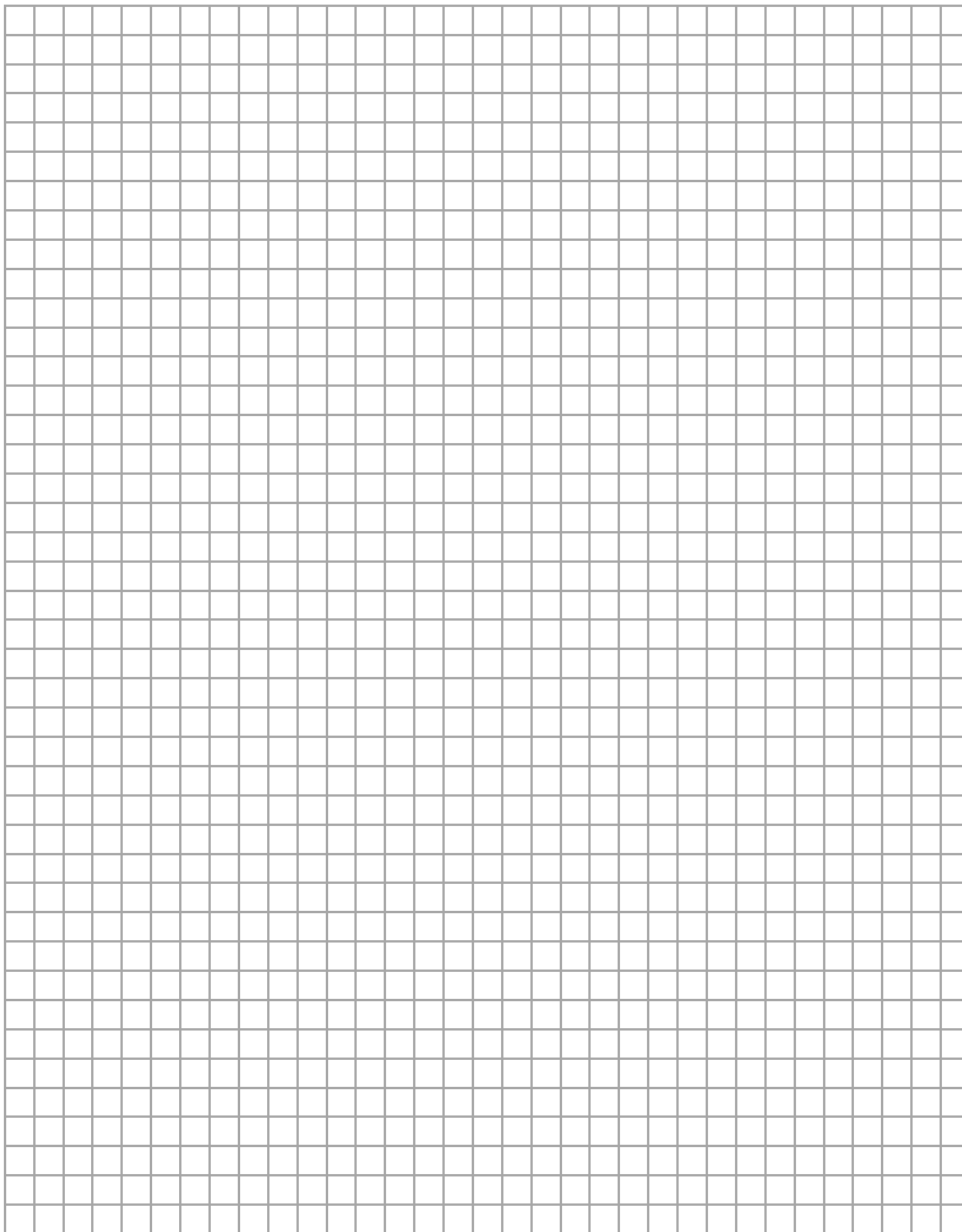
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

Rozpatrujemy wszystkie trójkąty ABC , których wierzchołki A i B leżą na wykresie funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{9}{x^4}$ dla $x \neq 0$. Punkt C ma współrzędne $(0, -\frac{1}{3})$, a punkty A i B są położone symetrycznie względem osi Oy (zobacz rysunek). Oblicz współrzędne wierzchołków A i B , dla których pole trójkąta ABC jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.





Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

