Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY
# Z OPERONEM
# MATEMATYKA

**LISTOPAD**
**2019**

## POZIOM ROZSZERZONY

**Czas pracy: 180 minut**

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron (zadania 1.–16.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniu kodowanym (6.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (7.–16.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

***Życzymy powodzenia!***

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | |

**PESEL ZDAJĄCEGO**

| | | |
|---|---|---|
| | | |

**KOD ZDAJĄCEGO**

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

**W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.**

## Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ jest równa:

**A.** $\sqrt{2}-3$
**B.** $3-\sqrt{2}$
**C.** $1-3\sqrt{2}$
**D.** $3\sqrt{2}-1$

## Zadanie 2. (0–1)

Dziedziną funkcji $f(x)=\log_{\frac{2x-3}{x+3}}\left(x^3-x^2\right)$ jest:

**A.** $(-\infty,-3)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$
**B.** $(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$
**C.** $(1,6)\cup(6,+\infty)$
**D.** $\left(\frac{3}{2},6\right)\cup(6,+\infty)$

## Zadanie 3. (0–1)

Suma wszystkich współczynników wielomianu $W(x)=\left(7x^3-5x^2-2x+8\right)^5$ stojących przy nieparzystych potęgach zmiennej $x$ wynosi:

**A.** $2^4\left(2^{10}+1\right)$
**B.** $2^4\left(2^{10}-1\right)$
**C.** $2^{15}$
**D.** $-2^5$

## Zadanie 4. (0–1)

Ile maksymalnie rozwiązań może mieć równanie $\left|\left||x|-3\right|-2\right|=m$, gdzie $m\in R$?

**A.** 2 rozwiązania
**B.** 4 rozwiązania
**C.** 8 rozwiązań
**D.** 16 rozwiązań

## Zadanie 5. (0–1)

Dany jest trapez równoramienny, w który wpisano okrąg. Odcinek łączący środki ramion trapezu ma długość 7 cm. Obwód tego trapezu jest równy:

**A.** 14 cm
**B.** 21 cm
**C.** 28 cm
**D.** 35 cm

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

## ZADANIA OTWARTE

**Rozwiązania zadań 6.–16. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.**

## Zadanie 6. (0–2)

Oblicz $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+7x+10}{x^3+8}$.

Zakoduj cyfrę jedności i dwie kolejne cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

| | | |
|---|---|---|
| | | |

## Zadanie 7. (0–3)

Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x)=\dfrac{x^2+8}{x+1}$ w przedziale $\langle 0, 3\rangle$.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

## Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x$, $y$ zachodzi nierówność
$2x^2 + 5y^2 + 10 > 6xy + 4y$.

## Zadanie 9. (0–3)

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości $a$ i $b$, w którym kąt między środkową a wysokością wychodzącymi z wierzchołka kąta prostego ma miarę $\alpha$. Wykaż, że $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{\left|a^2 - b^2\right|}{2ab}$.

## Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie $\cos 3x + \sin 7x = 0$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

## Zadanie 11. (0–4)

W urnie umieszczono 4 kule białe i 8 kul czarnych. Losujemy jedną kulę. Jeżeli będzie biała, to wrzucamy ją z powrotem do urny i dorzucamy do niej jeszcze dwie białe kule. Jeżeli będzie czarna, to zatrzymujemy ją i dorzucamy dwie zielone kule do urny. Następnie losujemy z urny jednocześnie dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że obie z wylosowanych za drugim razem kul są białe.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................





N7036_PR_arkusz_1.indd 6 2019-10-15 11:55:27

## Zadanie 12. (0–4)

Graniastosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy $a$ i dwa razy krótszej wysokości przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i nachyloną do płaszczyzny podstawy pod kątem $60^\circ$. Zaznacz ten kąt na rysunku oraz oblicz pole otrzymanego przekroju, wynik przedstaw w najprostszej postaci.

Odpowiedź: ..........................................................................................................................

## Zadanie 13. (0–6)

Wyznacz wartość parametru $m$, dla którego równanie $\left(m^2+m-3\right)x^2+\left(2m-1\right)x+2=0$ ma dwa rozwiązania dodatnie takie, że jedno z nich jest dwa razy większe od drugiego.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

## Zadanie 14. (0–4)

Wyznacz równanie okręgu opisanego na trójkącie, którego boki zawierają się w prostych o równaniach $x+6y-12=0$; $x+y-7=0$ oraz $x-4y+18=0$.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................





N7036_PR_arkusz_1.indd 9 2019-10-15 11:55:28

## Zadanie 15. (0–5)

Rozwiąż nierówność $\frac{1}{x-3}+\frac{1}{\left(x-3\right)^2}+\frac{1}{\left(x-3\right)^3}+\cdots \geq 2-x$, gdzie lewa strona nierówności jest szeregiem geometrycznym zbieżnym. Podaj odpowiednie założenia.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

## Zadanie 16. (0–7)

Powierzchnia całkowita graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa $S\sqrt{3}$. Wyznacz największą z możliwych objętość tego graniastosłupa, wynik zapisz w najprostszej postaci.

Odpowiedź: ......................................................................................................................

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ISBN 978-83-7879-925-2
9 788378 799252





N7036_PR_arkusz_1.indd 12 2019-10-15 11:55:29