WPISUJE ZDAJĄCY

KOD ZDAJĄCEGO

symbol klasy | symbol zdającego

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ

MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

dysleksja

STYCZEŃ 2019

Czas pracy: 180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **20** stron (zadania **1–16**). Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

Powodzenia!

W zadaniach 1.–4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $4^{\log_2\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)}$ jest równa

A. $\sqrt{2}+1$. **B.** $2+2\sqrt{2}$. **C.** $3-2\sqrt{2}$. **D.** $3+2\sqrt{2}$.

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\dfrac{\left|x-|x|\right|}{x}$ jest dla każdego $x \neq 0$

A. dodatnia. **B.** nieujemna. **C.** ujemna. **D.** niedodatnia.

Zadanie 3. (0–1)

Ciąg liczb rzeczywistych $a_1, a_2, \ldots$ jest zdefiniowany warunkami $a_1 = 1$ oraz $(a_{n+1})^3 = 99(a_n)^3$ dla $n \geqslant 1$. Wówczas wyraz a_{100} jest równy

A. 33^{33}. **B.** 33^{99}. **C.** 99^{33}. **D.** 99^{99}.

Zadanie 4. (0–1)

Wskaż zbiór wszystkich rozwiązań równania $\left|\cos(\alpha)+\cos(3\alpha)+\cos(5\alpha)\right| = 3$.

A. $\{\alpha\colon \alpha = n \cdot 60^\circ$, n jest dowolną liczbą całkowitą$\}$

B. $\{\alpha\colon \alpha = n \cdot 90^\circ$, n jest dowolną liczbą całkowitą$\}$

C. $\{\alpha\colon \alpha = n \cdot 180^\circ$, n jest dowolną liczbą całkowitą$\}$

D. $\{\alpha\colon \alpha = n \cdot 360^\circ$, n jest dowolną liczbą całkowitą$\}$

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz granicę ciągu o wyrazie $a_n = 2\left(\sqrt{n+100\sqrt{n}+5}-\sqrt{n-\sqrt{n}+200}\right)$.

W poniższe kratki wpisz kolejno cyfry wyniku.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Wypełnia sprawdzający	**Nr zadania**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
	Maks. liczba pkt	**1**	**1**	**1**	**1**	**2**
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 6. (0–2)

Wyznacz parę liczb $p, q \in R$ tak, by wielomian $x^4 + px^2 + q$ był podzielny przez trójmian $x^2 + 6x + 5$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 7. (0–2)

Wyznacz liczbę takich permutacji zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, 31\}$ kolejnych liczb całkowitych z przedziału $\langle 1, 31 \rangle$, w których iloczyn każdych dwóch sąsiednich liczb jest liczbą parzystą. Wynik przedstaw w postaci iloczynu $m! \cdot n!$, gdzie m, n są pewnymi liczbami całkowitymi.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	6	7
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 8. (0–3)

Długości boków czworokąta wypukłego $ABCD$ wynoszą: $|AB| = a$, $|BC| = 2a$, $|CD| = b$, $|AD| = 2b$. Wykaż, że jeśli pole czworokąta $ABCD$ jest równe $a^2 + b^2$, to jest on prostokątem.

Zadanie 9. (0–3)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym kąty ABC i BCD są proste, $|\sphericalangle DAB| = 60^\circ$, $|AB| = 2$ oraz $|BD| = \sqrt{3}$.

Wyznacz długość odcinka AC.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	8	9
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–3)
W pudełku znajduje się sto kul ponumerowanych liczbami od 1 do 100. Wylosowanie każdej z kul jest tak samo prawdopodobne. Wylosowano jednocześnie pięć kul. Wyznacz prawdopodobieństwo, że numery wylosowanych kul ustawione w odpowiedniej kolejności tworzą ściśle rosnący ciąg geometryczny o całkowitym ilorazie.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–4)
Wykaż, że jeśli α, β, γ są kątami trójkąta i zachodzi równość $\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}$, to $\alpha = \beta$ lub $\gamma = 90°$.

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	10	11
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 12. (0–4)

Jednokładność f o środku w punkcie X przekształca punkt $A=(3,2)$ na punkt $A'=(4,6)$ oraz przeprowadza punkt $B=(-3,3)$ na punkt $B'=(-8,8)$. Znajdź równanie okręgu, którego obrazem przy jednokładności f jest okrąg o równaniu $(x-8)^2+(y-2)^2=4$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)
Wyznacz wszystkie wartości parametru $m \in R$, dla których równanie $(1-m)9^x + 4 \cdot 3^x = m + 2$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–5)
Dany jest trójkąt ABC o polu równym 5, gdzie $A=(5,3)$ oraz $B=(1,0)$. Prosta zawierająca wysokość trójkąta ABC ma równanie $y=2x-7$. Wyznacz współrzędne punktu C.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

Para liczb (m_0, n_0) jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} m + n = 2 \\ m - n = \dfrac{-2}{p+1} \end{cases}$, gdzie $p \neq -1$.

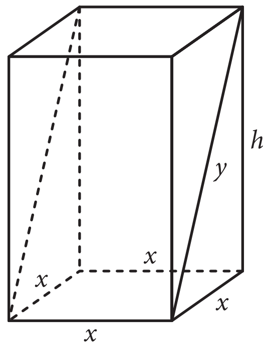
a) Wyznacz wzór funkcji $f(p) = \dfrac{m_0}{n_0}$, podaj jej dziedzinę i zbiór wartości.

b) Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji f w punkcie $P(-3, f(-3))$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–7)



Niech x będzie liczbą dodatnią. Rozpatrujemy wszystkie prostopadłościany spełniające następujące warunki:

(1) podstawą prostopadłościanu jest kwadrat o boku długości x,

(2) pole (prostokątnego) przekroju prostopadłościanu płaszczyzną zawierającą krawędź podstawy i przekątne dwu ścian bocznych jest równe $\sqrt{3}$ (patrz rysunek).

Zapisz kwadrat objętości tego prostopadłościanu jako funkcję zmiennej x.

Wyznacz wszystkie wartości $x > 0$, dla których istnieje prostopadłościan spełniający drugi warunek.

Znajdź długości krawędzi tego spośród rozpatrywanych prostopadłościanów, którego objętość jest największa.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	16
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)