CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2019

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD	PESEL

miejsce na naklejkę

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **4 czerwca 2019 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**
CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:
- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 20 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-193

MMA 2019

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Parametr m dobrano tak, że każda liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania

$$\left(4-m^2\right)\cdot x = m^2-3m+2$$

z niewiadomą x. Wynika stąd, że

A. $m=-2$ **B.** $m=1$ **C.** $m=2$ **D.** $m=4$

Zadanie 2. (0–1)

Dane są trzy niewspółliniowe punkty: $A=(1,1)$, $B=(6,3)$, $C=(4,5)$. Ile jest wszystkich punktów D takich, że czworokąt o wierzchołkach w punktach A, B, C, D jest równoległobokiem?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Zadanie 3. (0–1)

Wiadomo, że wielomian $15x^5-133x^4+383x^3-499x^2+146x+120$ ma w zbiorze $\left\{\frac{7}{6}, \frac{6}{5}, \frac{8}{7}, \frac{9}{5}\right\}$ dokładnie jeden pierwiastek wymierny. Jest nim liczba

A. $\frac{6}{5}$ **B.** $\frac{7}{6}$ **C.** $\frac{8}{7}$ **D.** $\frac{9}{5}$

Zadanie 4. (0–1)

Nieskończony ciąg geometryczny $\left(a_n\right)$ jest określony w następujący sposób: $a_1=\frac{3}{5}$ oraz $a_{n+1}=\frac{2}{3}\cdot a_n$ dla $n\geq 1$. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

A. $\frac{5}{3}$ **B.** $\frac{10}{9}$ **C.** $\frac{9}{10}$ **D.** $\frac{9}{5}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 5. (0–2)

W urnie znajduje się 16 kul, które mogą się różnić wyłącznie kolorem. Wśród nich jest 10 kul białych i 6 kul czarnych. Z tej urny losujemy dwukrotnie jedną kulę bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych.
Wpisz w poniższe kratki – od lewej do prawej – trzy kolejne cyfry po przecinku skończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (0–3)

Oblicz, ile jest siedmiocyfrowych liczb naturalnych takich, że iloczyn wszystkich ich cyfr w zapisie dziesiętnym jest równy 28.

Odpowiedź: ....

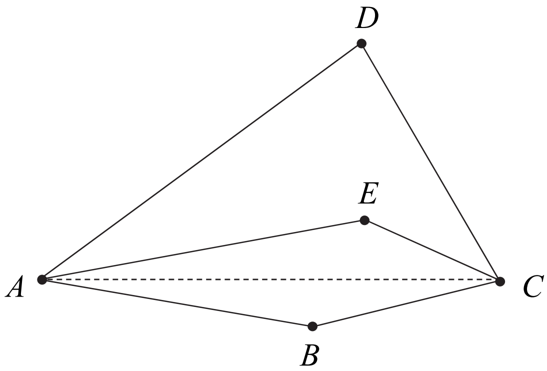
Zadanie 7. (0–2)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x)=\frac{25x^2-9}{x^2+2}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Oblicz wartość $f'(10)$ pochodnej tej funkcji dla argumentu 10.

Odpowiedź: ....

Zadanie 8. (0–3)

Dwusieczne kątów BAD i BCD czworokąta wypukłego $ABCD$ przecinają się w punkcie E, przy czym punkty B i E leżą po przeciwnych stronach prostej AC (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|\sphericalangle ABC| - |\sphericalangle ADC| + 2 \cdot |\sphericalangle AEC| = 360^\circ$.

Zadanie 9. (0–3)

Udowodnij, że dla każdej liczby nieparzystej n wyrażenie $n^5 - 3n^4 - n + 19$ jest podzielne przez 16.

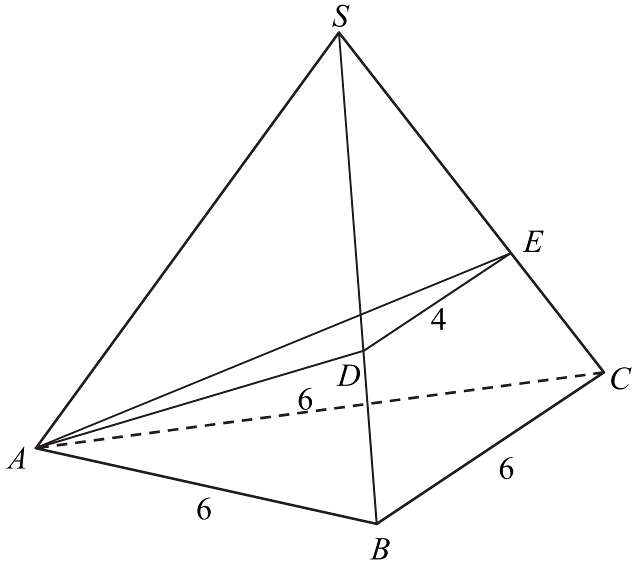
Zadanie 10. (0–4)

Miara kąta wewnętrznego n-kąta foremnego jest o 2° mniejsza od miary kąta wewnętrznego $(n+2)$-kąta foremnego. Oblicz n.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–6)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego $ABCS$ jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 6. Na krawędziach bocznych BS i CS wybrano punkty, odpowiednio D i E, takie że $|BD| = |CE|$ oraz $|DE| = 4$ (zobacz rysunek). Płaszczyzna ADE jest prostopadła do płaszczyzny ściany bocznej BCS ostrosłupa.



Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (0–6)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$4x^2+(2-4m)x+m^2-m-2=0$$

ma dwa różne dodatnie rozwiązania x_1, x_2 spełniające nierówność $x_1{}^2+x_2{}^2\le\frac{17}{4}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–6)

Punkt $A=(-2,6)$ jest wierzchołkiem rombu *ABCD* o polu 90. Przekątna *BD* zawiera się w prostej *l* o równaniu $2x-y-5=0$. Wyznacz długość boku tego rombu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–4)

Rozwiąż równanie $4\sin 7x\cos 2x = 2\sin 9x - 1$ w przedziale $\langle 0,\pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–7)

Dany jest okrąg o środku S i promieniu 18. Rozpatrujemy pary okręgów: jeden o środku S_1 i promieniu x oraz drugi o środku S_2 i promieniu $2x$, o których wiadomo, że spełniają jednocześnie następujące warunki:

- rozważane dwa okręgi są styczne zewnętrznie;
- obydwa rozważane okręgi są styczne wewnętrznie do okręgu o środku S i promieniu 18;
- punkty: S, S_1, S_2 nie leżą na jednej prostej.

Pole trójkąta o bokach a, b, c można obliczyć ze wzoru Herona $P=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, gdzie p – jest połową obwodu trójkąta.

Zapisz pole trójkąta SS_1S_2 jako funkcję zmiennej x. Wyznacz dziedzinę tej funkcji i oblicz długości boków tego z rozważanych trójkątów, którego pole jest największe. Oblicz to największe pole.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***