

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **9 maja 2019 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- | | |
|--------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | dostosowania
kryteriów oceniania |
| <input type="checkbox"/> | nieprzenoszenia
zaznaczeń na kartę |

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1_1P-192

NOWA FORMUŁA

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Dla dowolnych liczb $x > 0$, $x \neq 1$, $y > 0$, $y \neq 1$ wartość wyrażenia $(\log_{\frac{1}{x}} y) \cdot (\log_{\frac{1}{y}} x)$ jest równa

- A. $x \cdot y$ B. $\frac{1}{x \cdot y}$ C. -1 D. 1

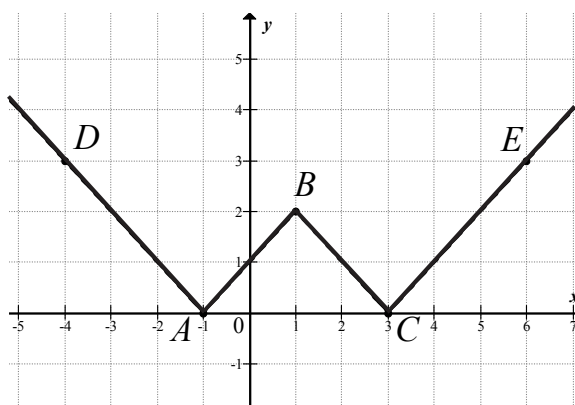
Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\cos^2 105^\circ - \sin^2 105^\circ$ jest równa

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji $y = f(x)$, który jest złożony z dwóch półprostych AD i CE oraz dwóch odcinków AB i BC , gdzie $A = (-1, 0)$, $B = (1, 2)$, $C = (3, 0)$, $D = (-4, 3)$, $E = (6, 3)$.



Wzór funkcji f to

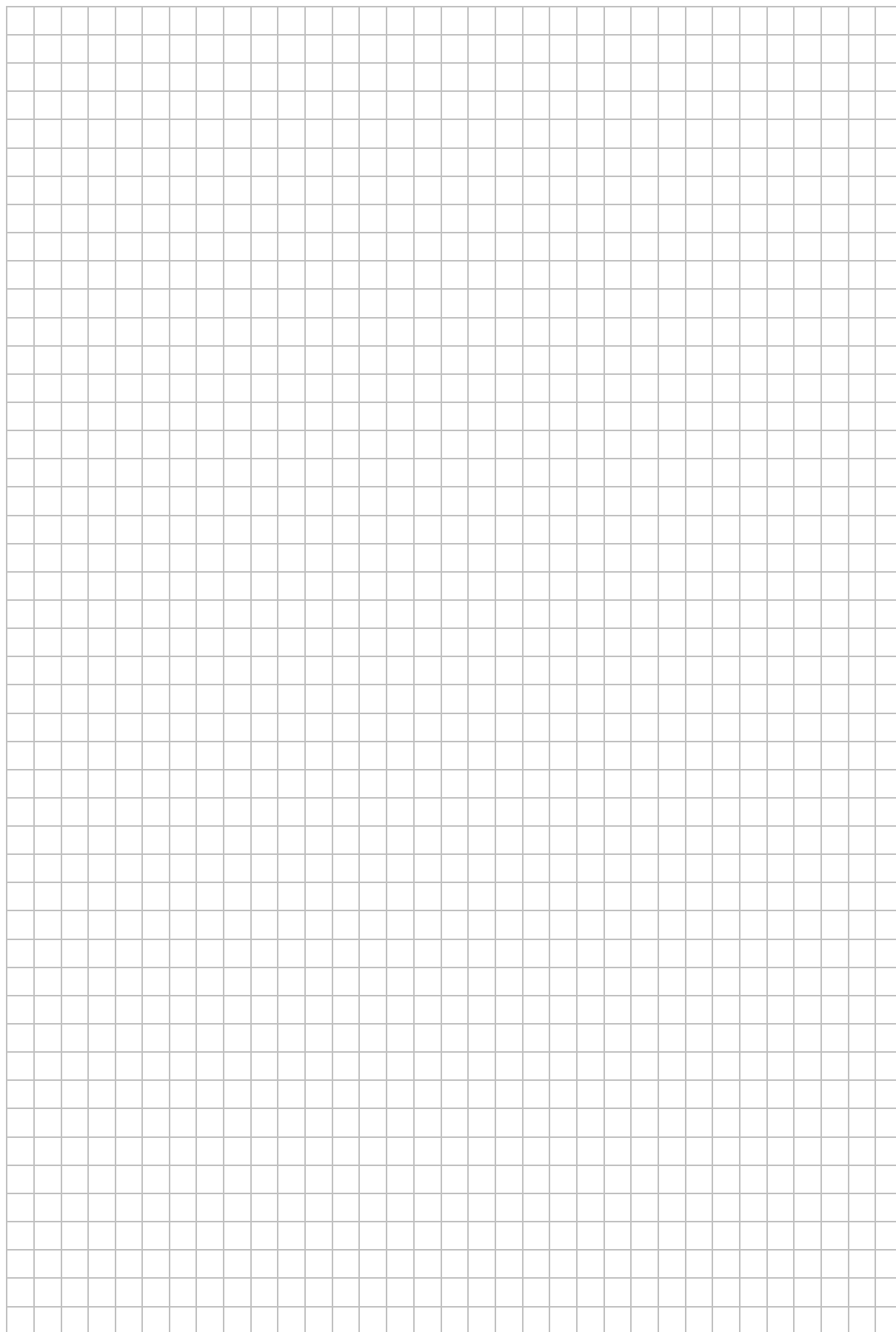
- A. $f(x) = |x+1| + |x-1|$
B. $f(x) = ||x-1| - 2|$
C. $f(x) = ||x-1| + 2|$
D. $f(x) = |x-1| + 2$

Zadanie 4. (0–1)

Zdarzenia losowe A i B zawarte w Ω są takie, że prawdopodobieństwo $P(B')$ zdarzenia B' , przeciwnego do zdarzenia B , jest równe $\frac{1}{4}$. Ponadto prawdopodobieństwo warunkowe $P(A|B) = \frac{1}{5}$. Wynika stąd, że

- A. $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ B. $P(A \cap B) = \frac{4}{15}$ C. $P(A \cap B) = \frac{3}{20}$ D. $P(A \cap B) = \frac{4}{5}$

BRUDNOPIS



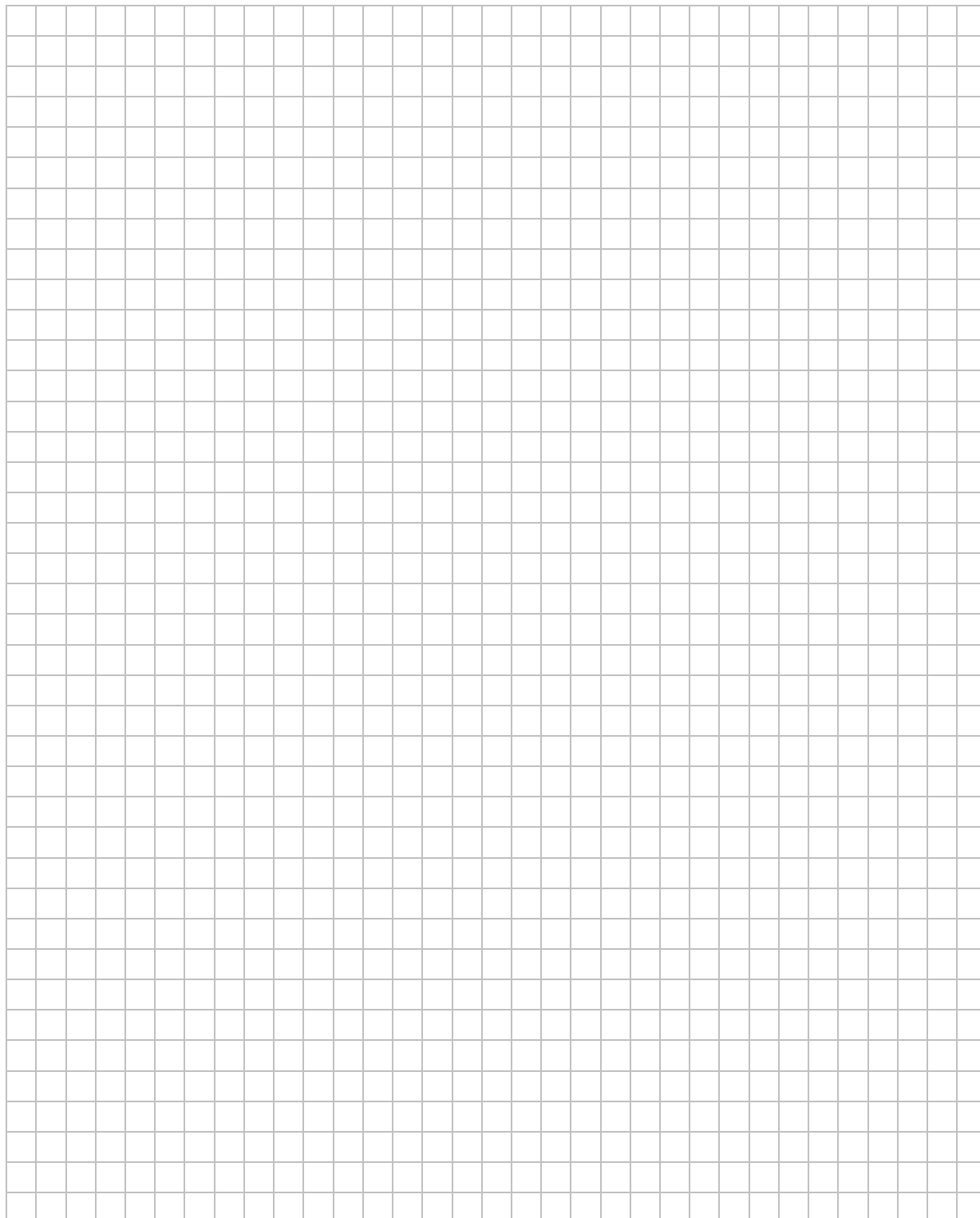
Zadanie 5. (0–2)

Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9n^3 + 11n^2}{7n^3 + 5n^2 + 3n + 1} - \frac{n^2}{3n^2 + 1} \right)$$

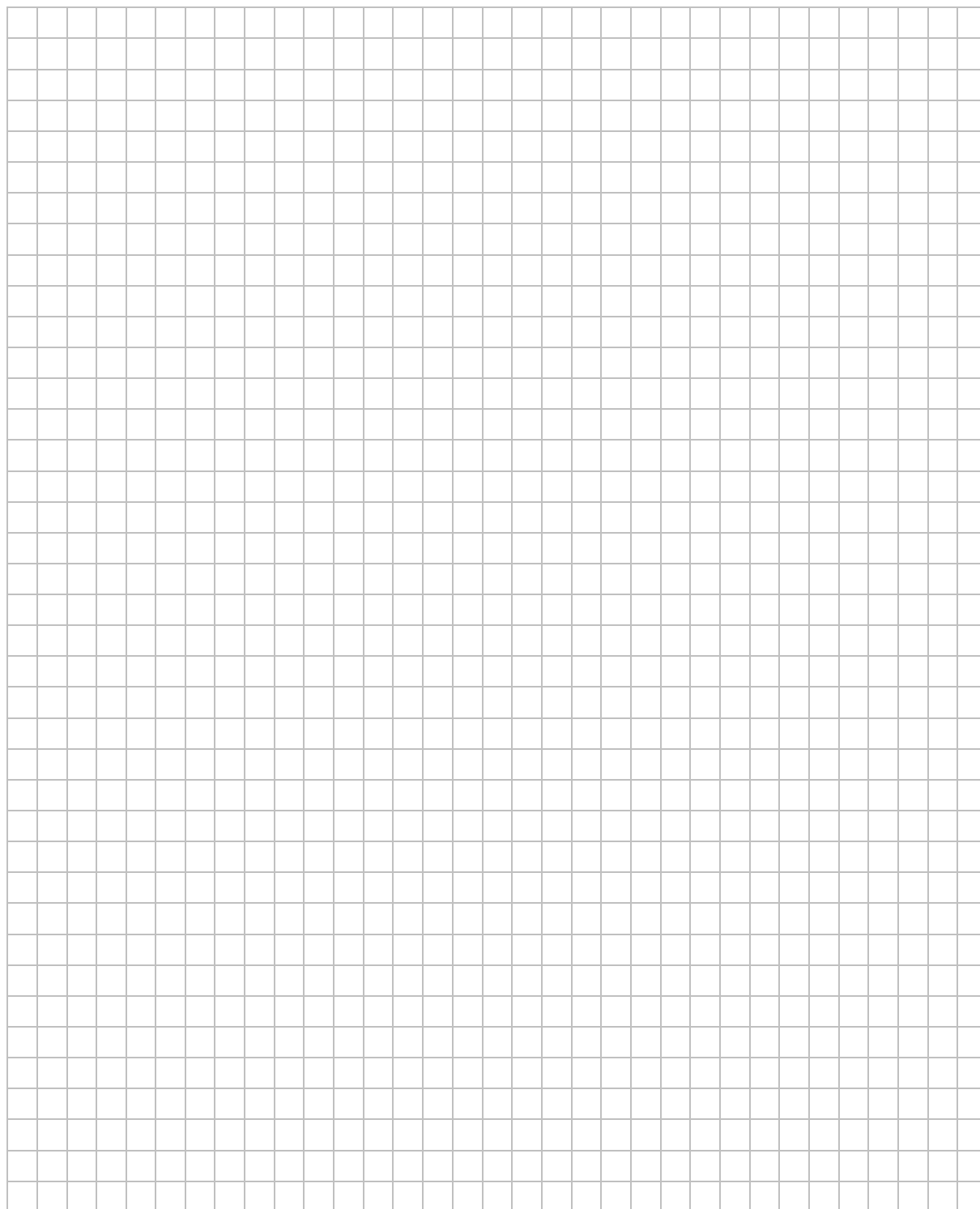
Wpisz w poniższe kratki – od lewej do prawej – trzy kolejne cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--



Zadanie 6. (0–3)

Rozważamy wszystkie liczby naturalne pięciocyfrowe zapisane przy użyciu cyfr 1, 3, 5, 7, 9, bez powtarzania jakiegokolwiek cyfry. Oblicz sumę wszystkich takich liczb.

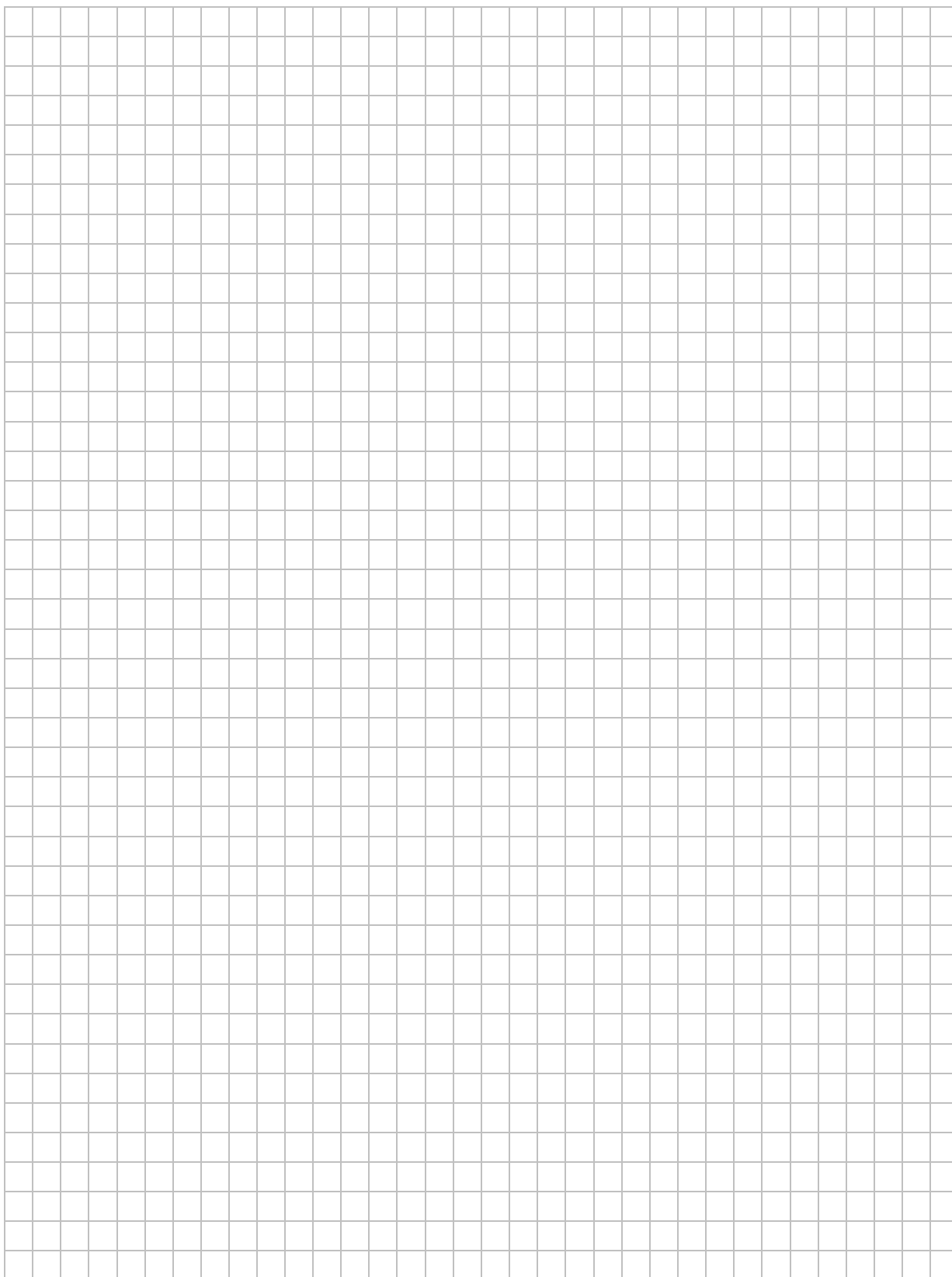


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.
	Maks. liczba pkt	2	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 7. (0–2)

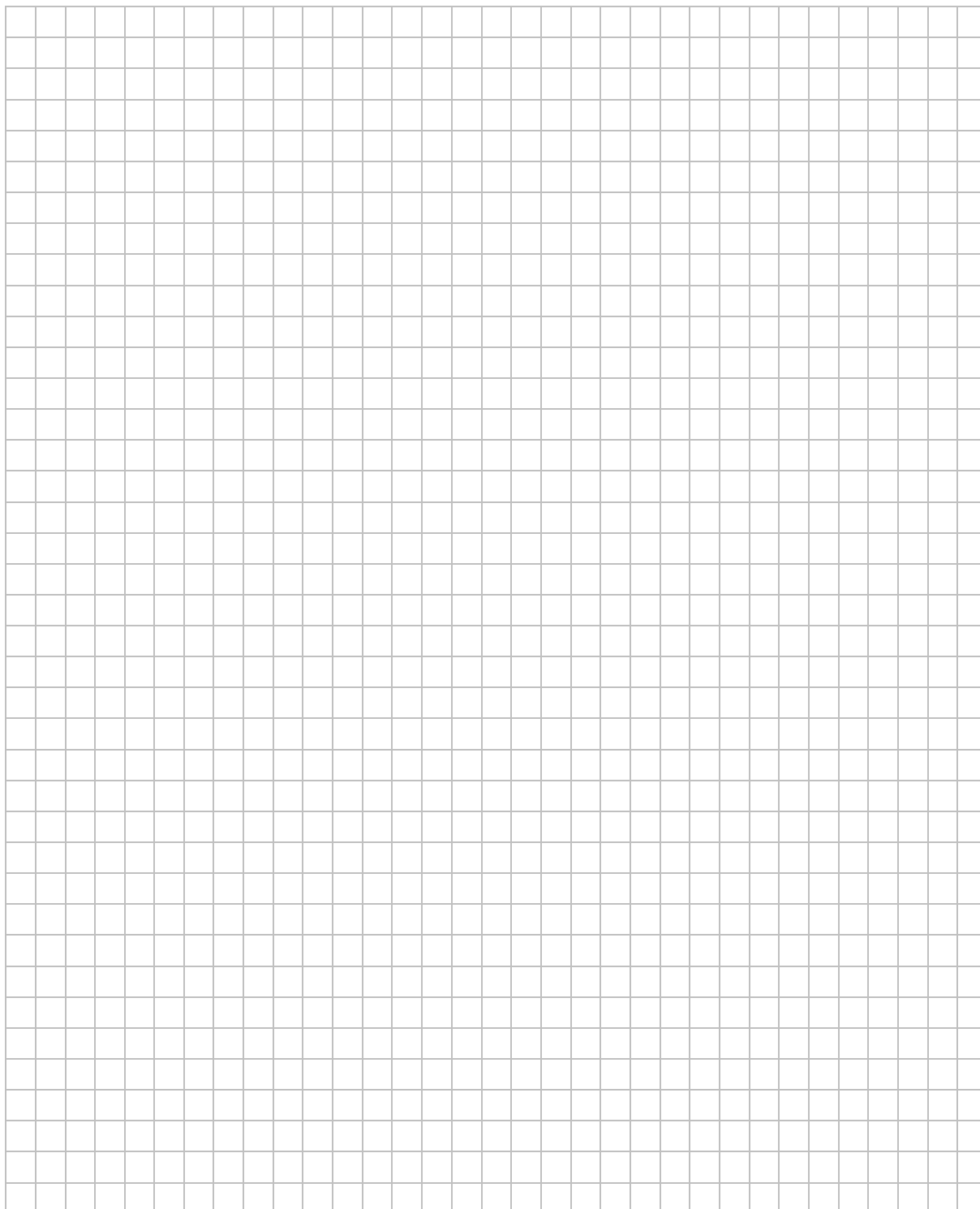
Punkt $P = (10, 2429)$ leży na paraboli o równaniu $y = 2x^2 + x + 2219$. Prosta o równaniu kierunkowym $y = ax + b$ jest styczna do tej paraboli w punkcie P . Oblicz współczynnik b .



Odpowiedź:

Zadanie 8. (0–3)

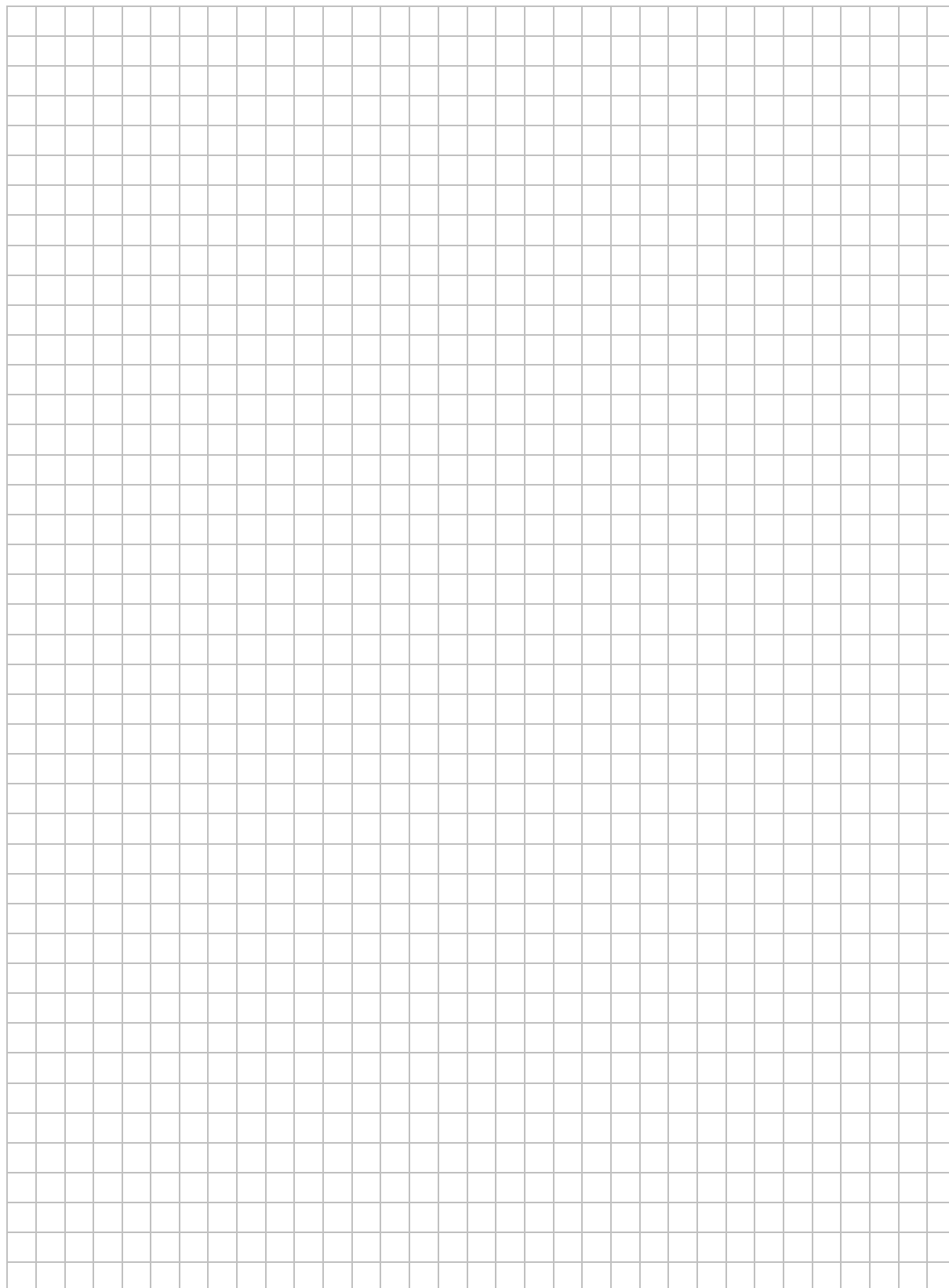
Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x i y , takich że $x < y$, i dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej a , prawdziwa jest nierówność $\frac{x+a}{y+a} + \frac{y}{x} > 2$.

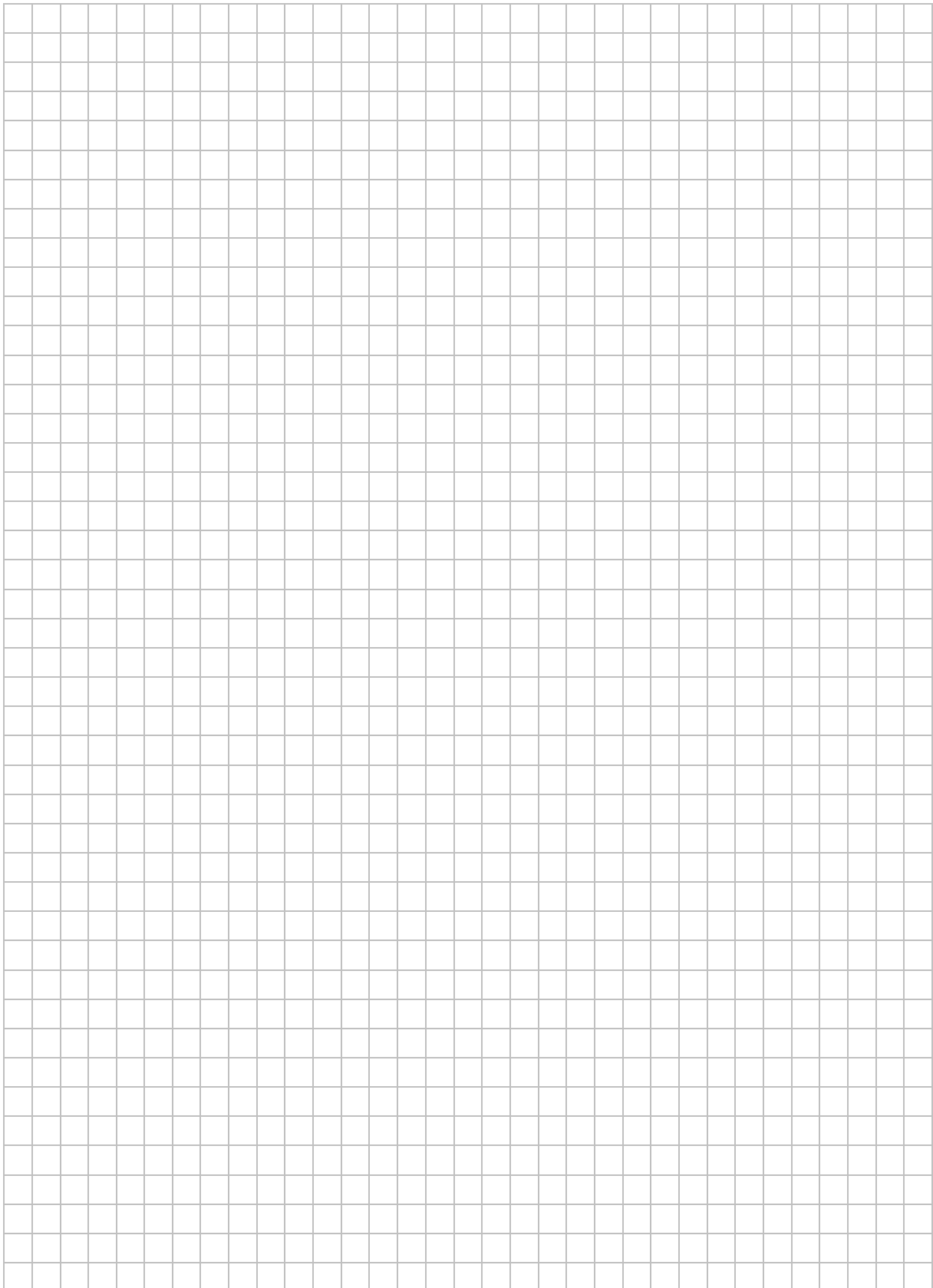


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.	8.
	Maks. liczba pkt	2	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 9. (0–3)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC|=|BC|$. Na ramieniu AC tego trójkąta wybrano punkt M ($M \neq A$ i $M \neq C$), a na ramieniu BC wybrano punkt N , w taki sposób, że $|AM|=|CN|$. Przez punkty M i N poprowadzono proste prostopadłe do podstawy AB tego trójkąta, które wyznaczają na niej punkty S i T . Udowodnij, że $|ST| = \frac{1}{2}|AB|$.

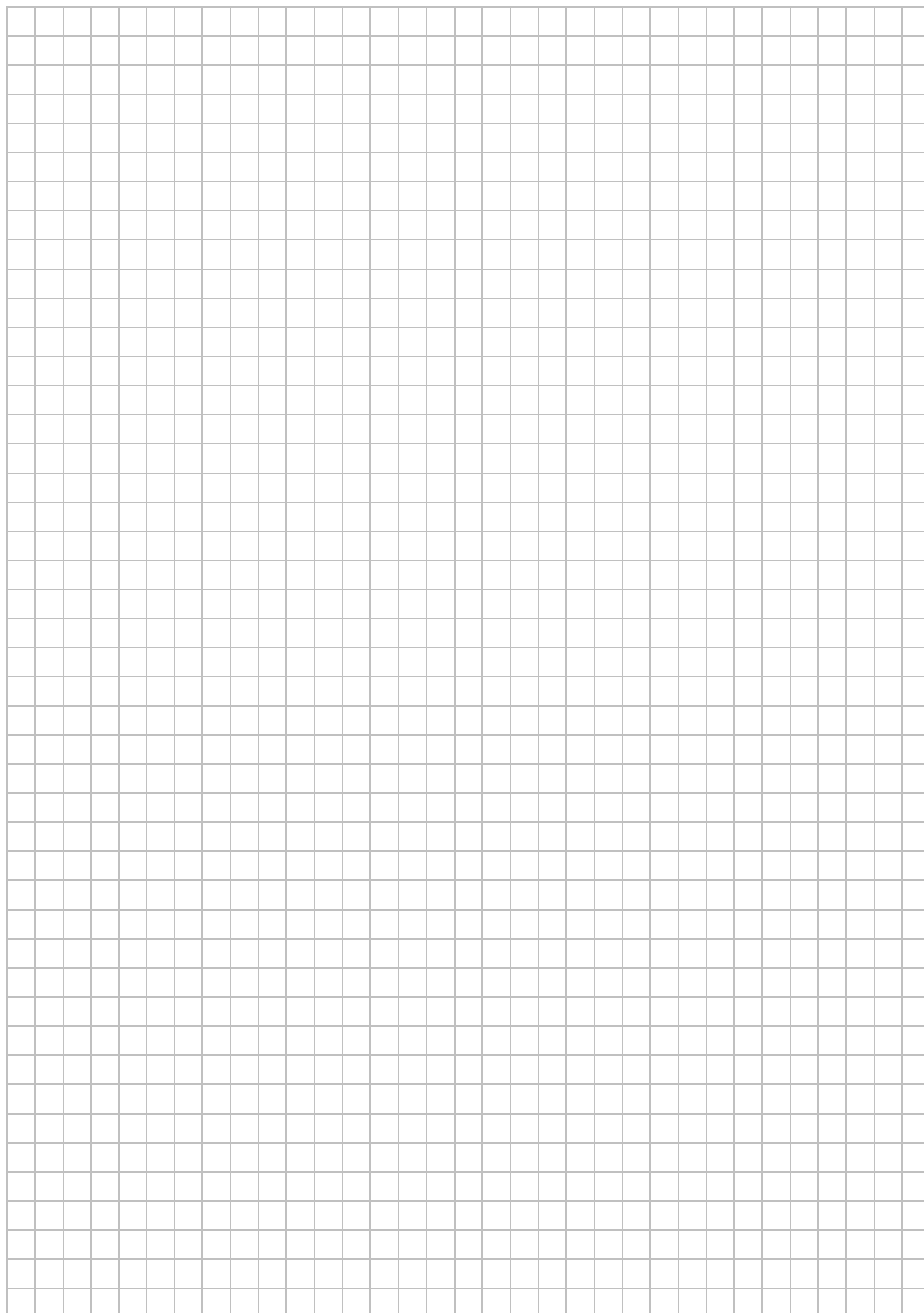


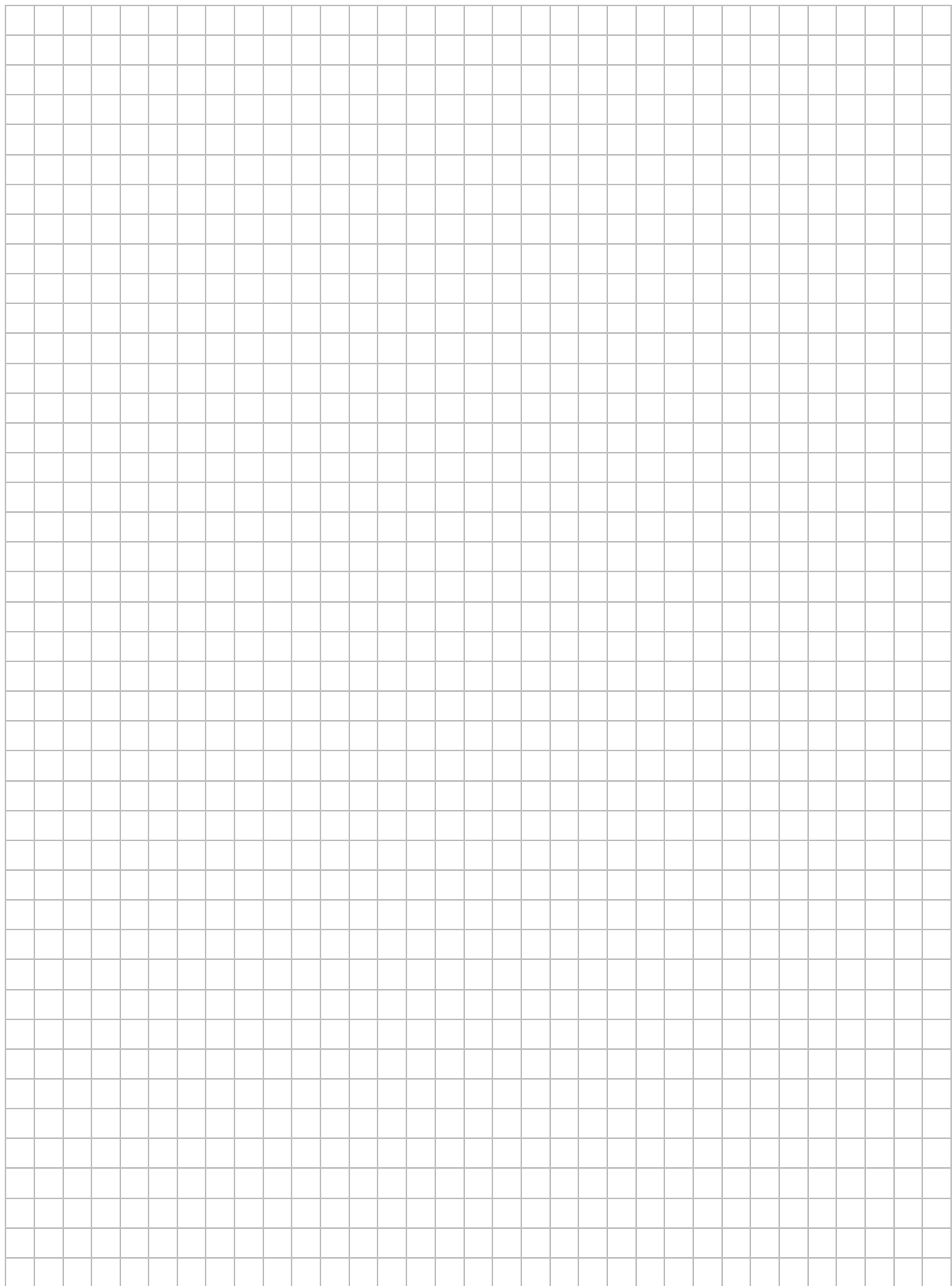


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 10. (0–4)

Punkt D leży na boku AB trójkąta ABC oraz $|AC|=16$, $|AD|=6$, $|CD|=14$ i $|BC|=|BD|$.
Oblicz obwód trójkąta ABC .



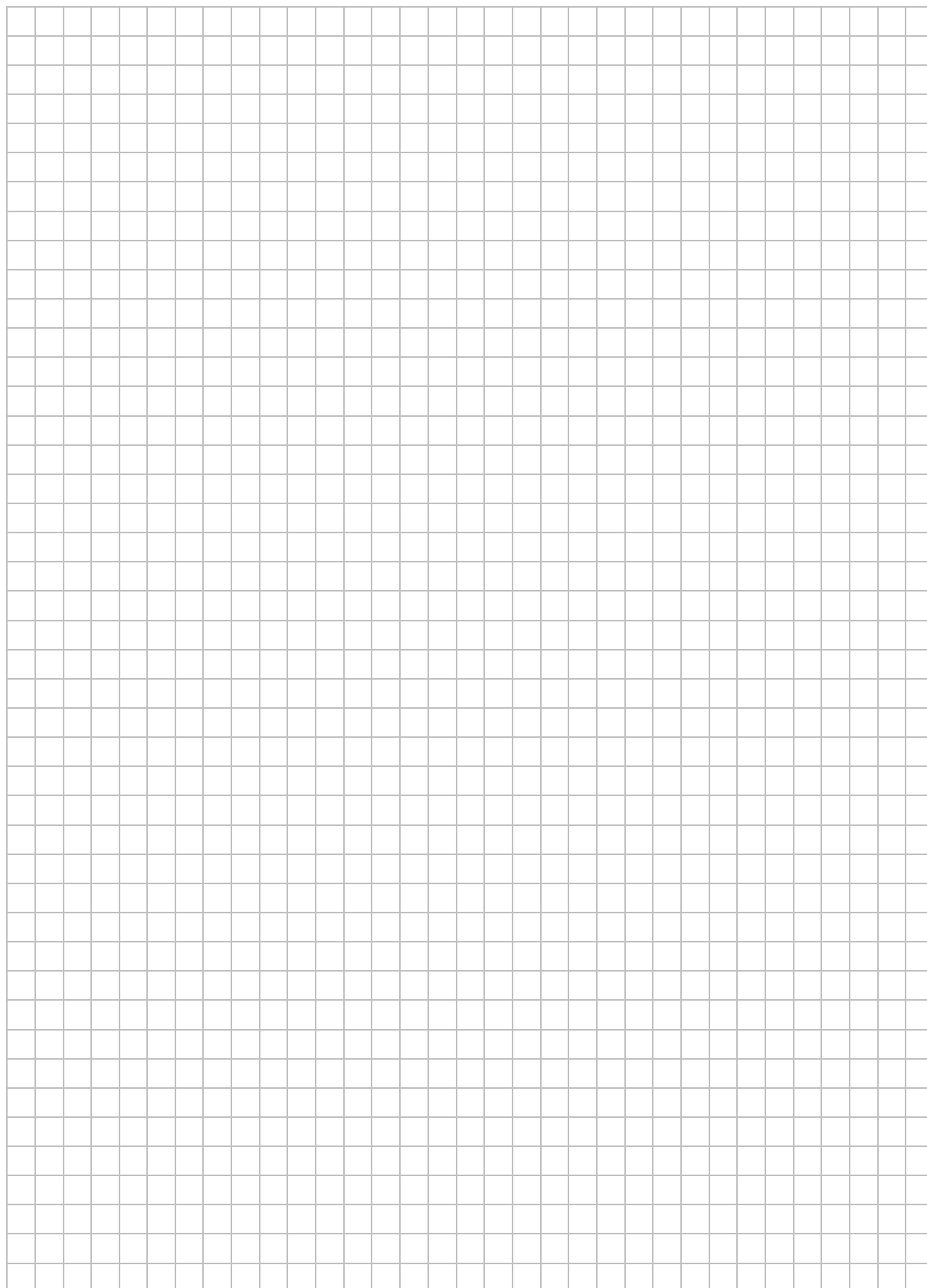


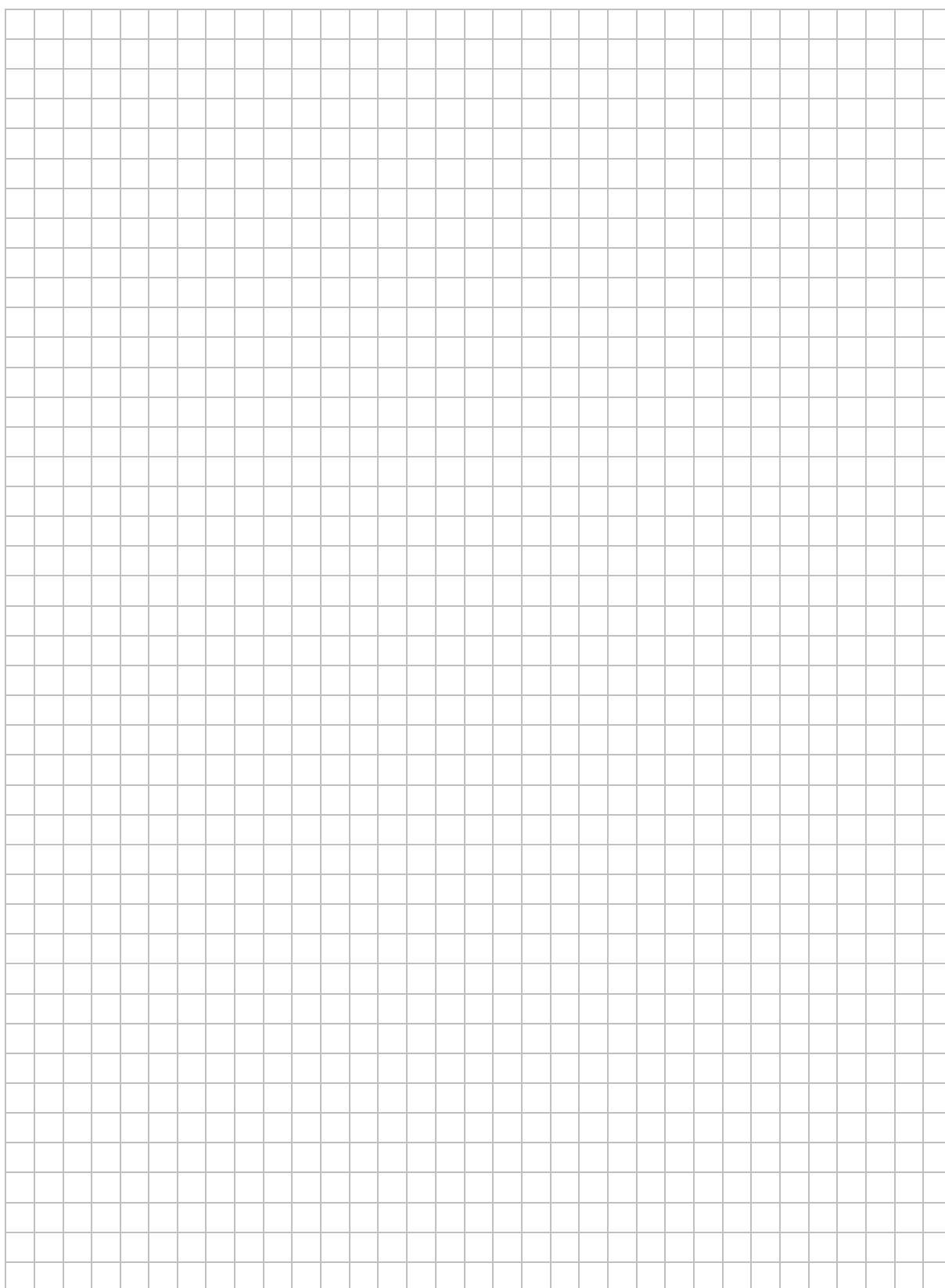
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 11. (0–6)

Dane są okręgi o równaniach $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 43 = 0$ i $x^2 + y^2 - 2ax + 4y + a^2 - 77 = 0$.
Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których te okręgi mają dokładnie jeden punkt wspólny. Rozważ wszystkie przypadki.





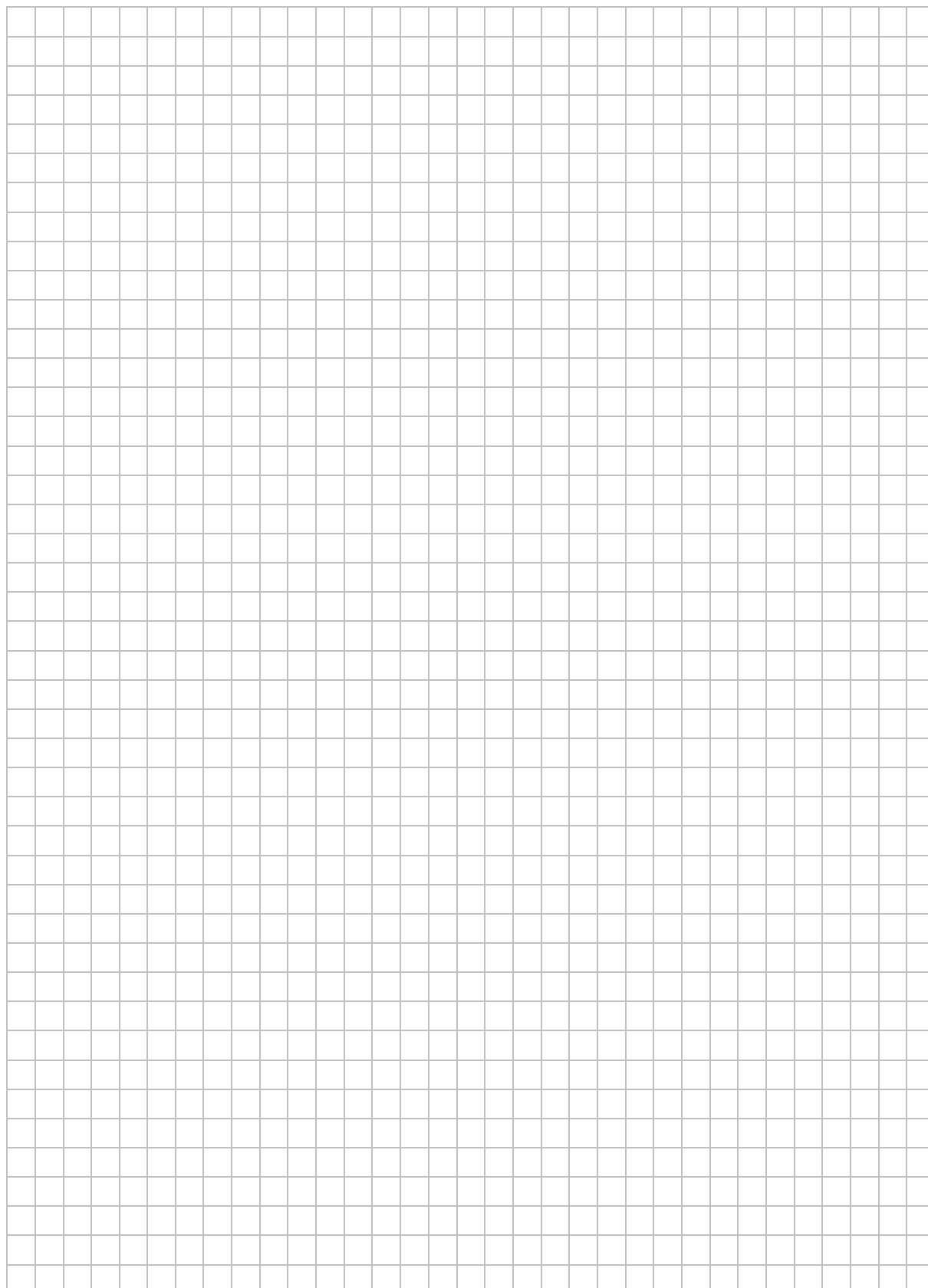
Odpowiedź:

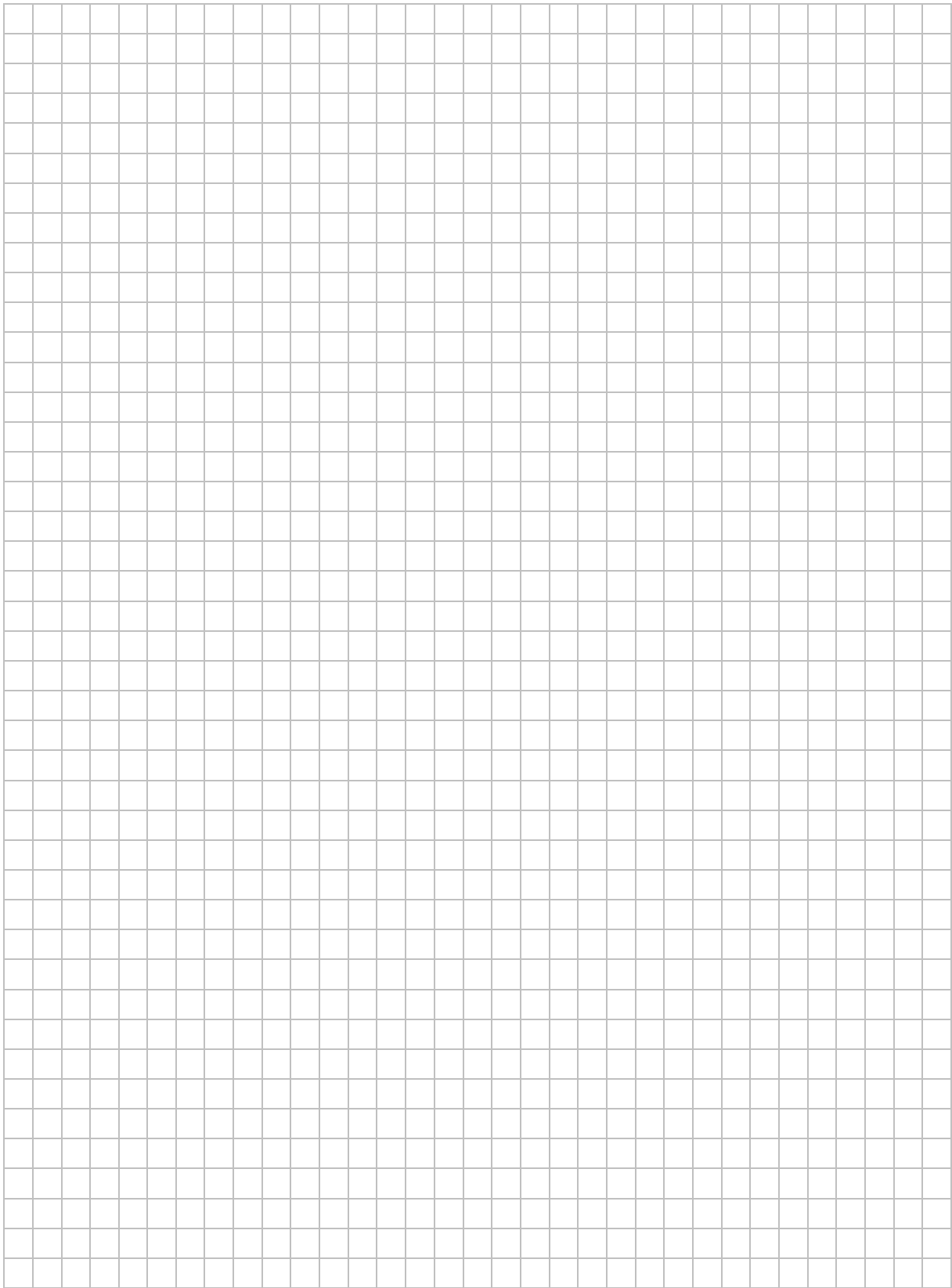
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 12. (0–6)

Trzywyrazowy ciąg (a, b, c) o wyrazach dodatnich jest arytmetyczny, natomiast ciąg

$\left(\frac{1}{a}, \frac{2}{3b}, \frac{1}{2a+2b+c}\right)$ jest geometryczny. Oblicz iloraz ciągu geometrycznego.



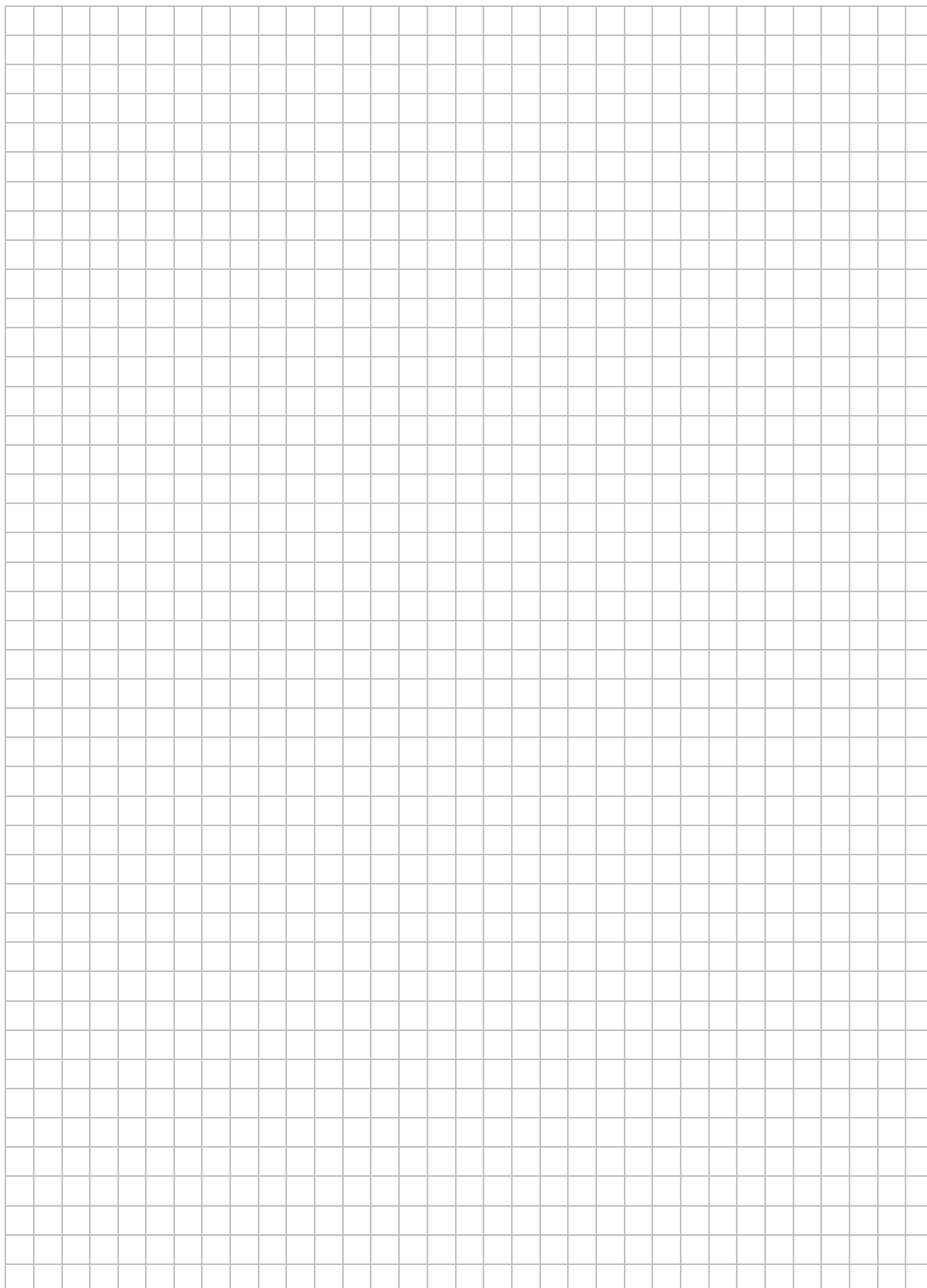


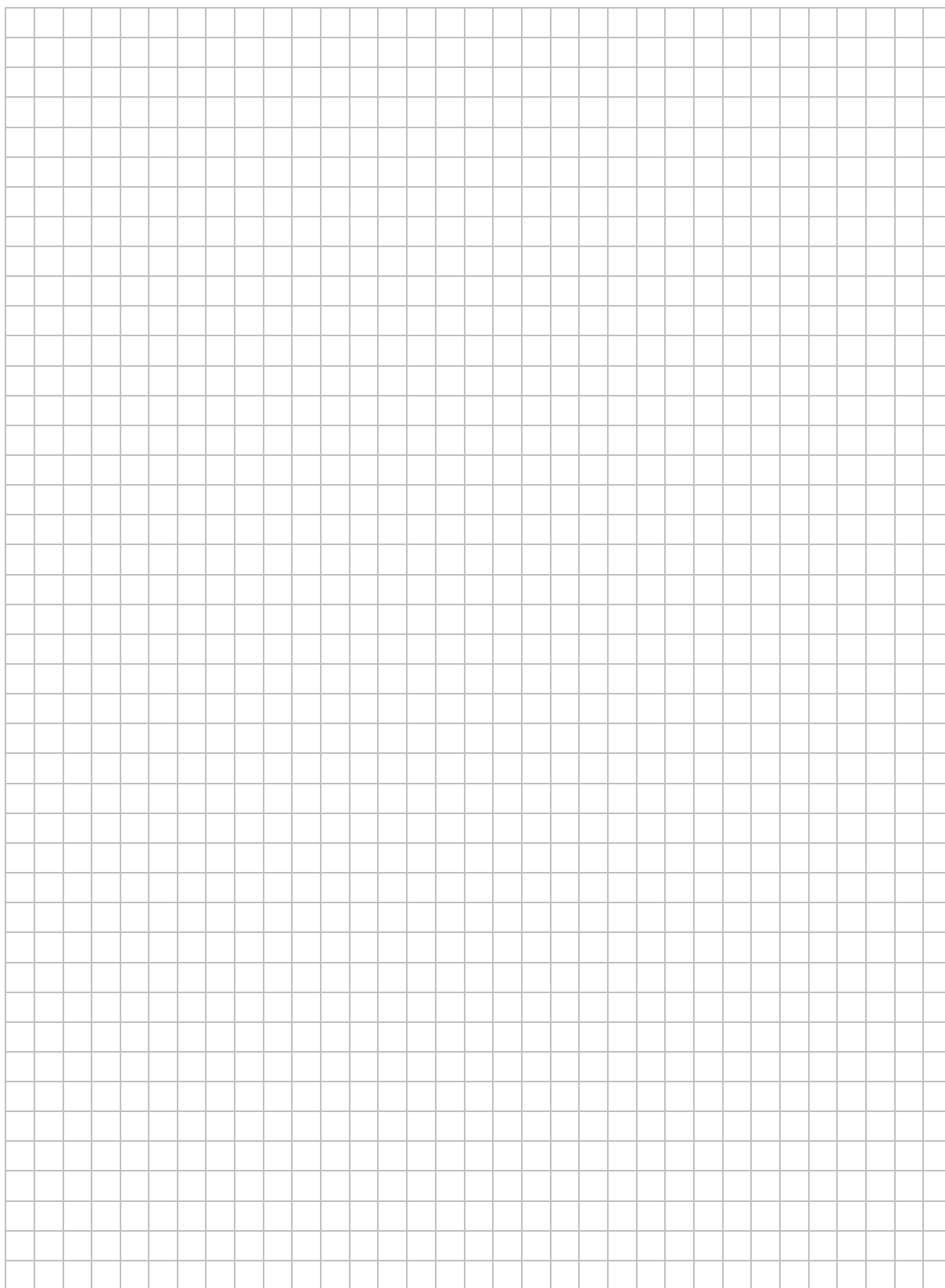
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–6)

Wielomian określony wzorem $W(x) = 2x^3 + (m^3 + 2)x^2 - 11x - 2(2m + 1)$ jest podzielny przez dwumian $(x - 2)$ oraz przy dzieleniu przez dwumian $(x + 1)$ daje resztę 6. Oblicz m i dla wyznaczonej wartości m rozwiąż nierówność $W(x) \leq 0$.



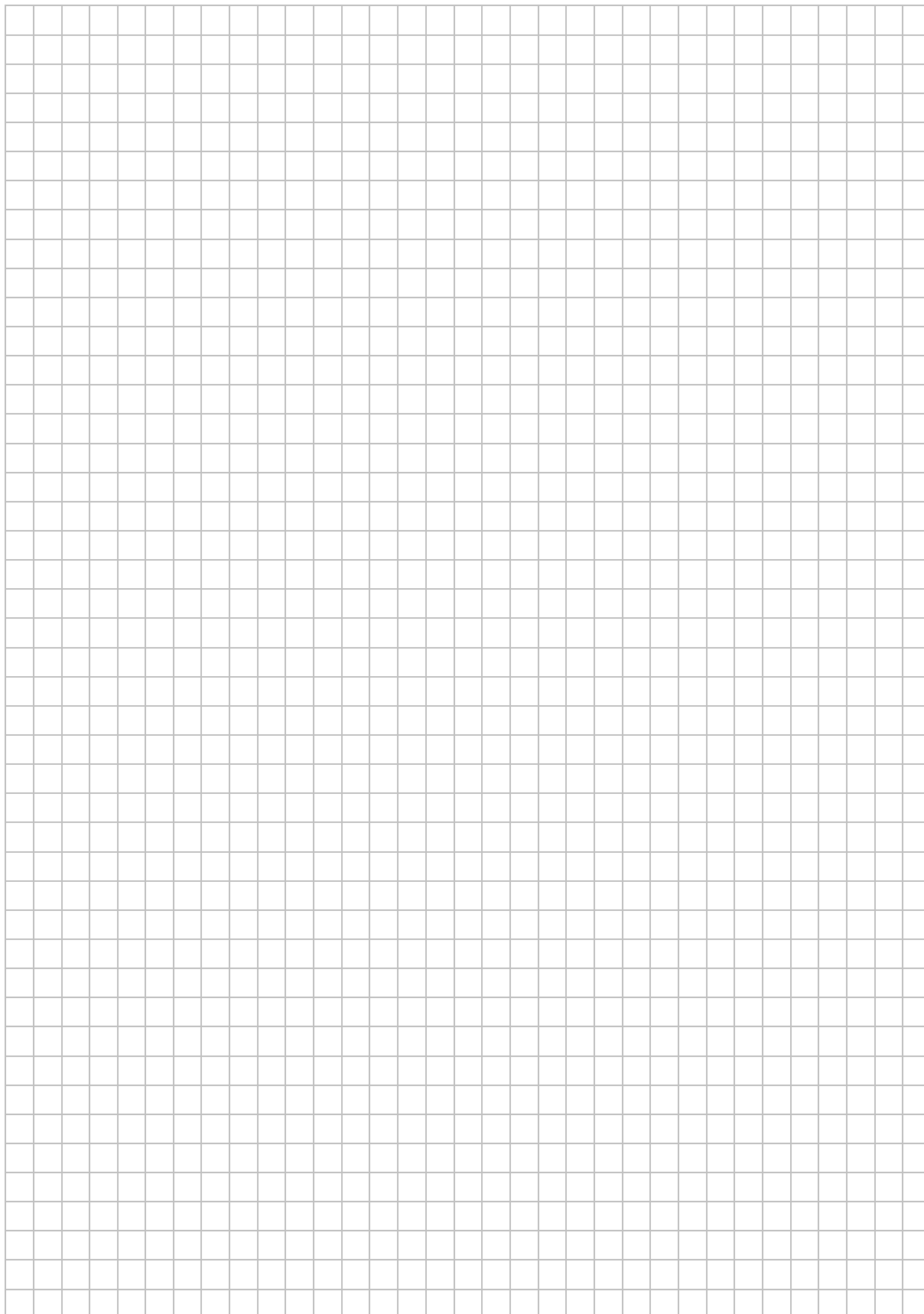


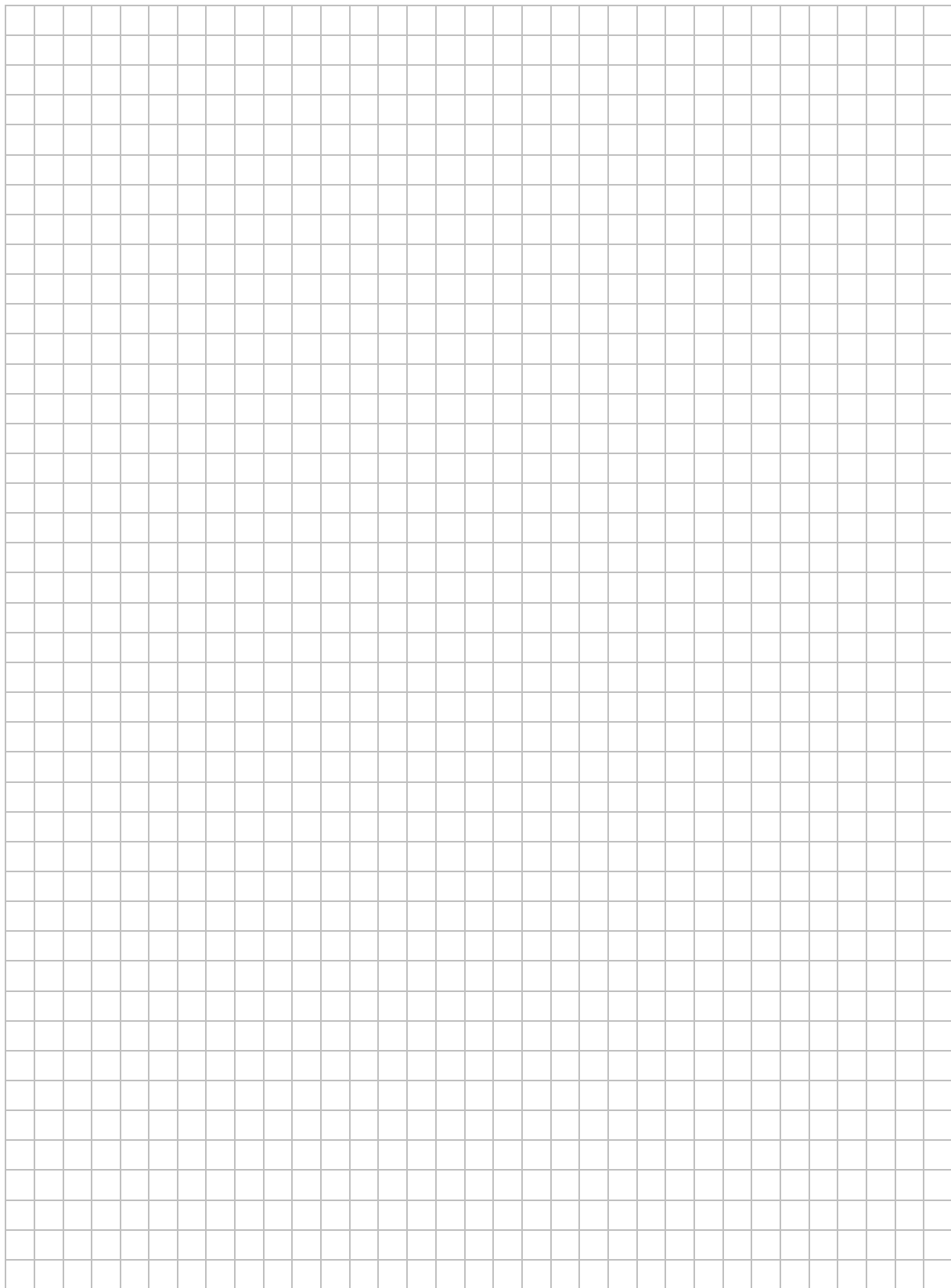
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–4)

Rozwiąż równanie $(\cos x) \left[\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) + \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \right] = \frac{1}{2} \sin x$.



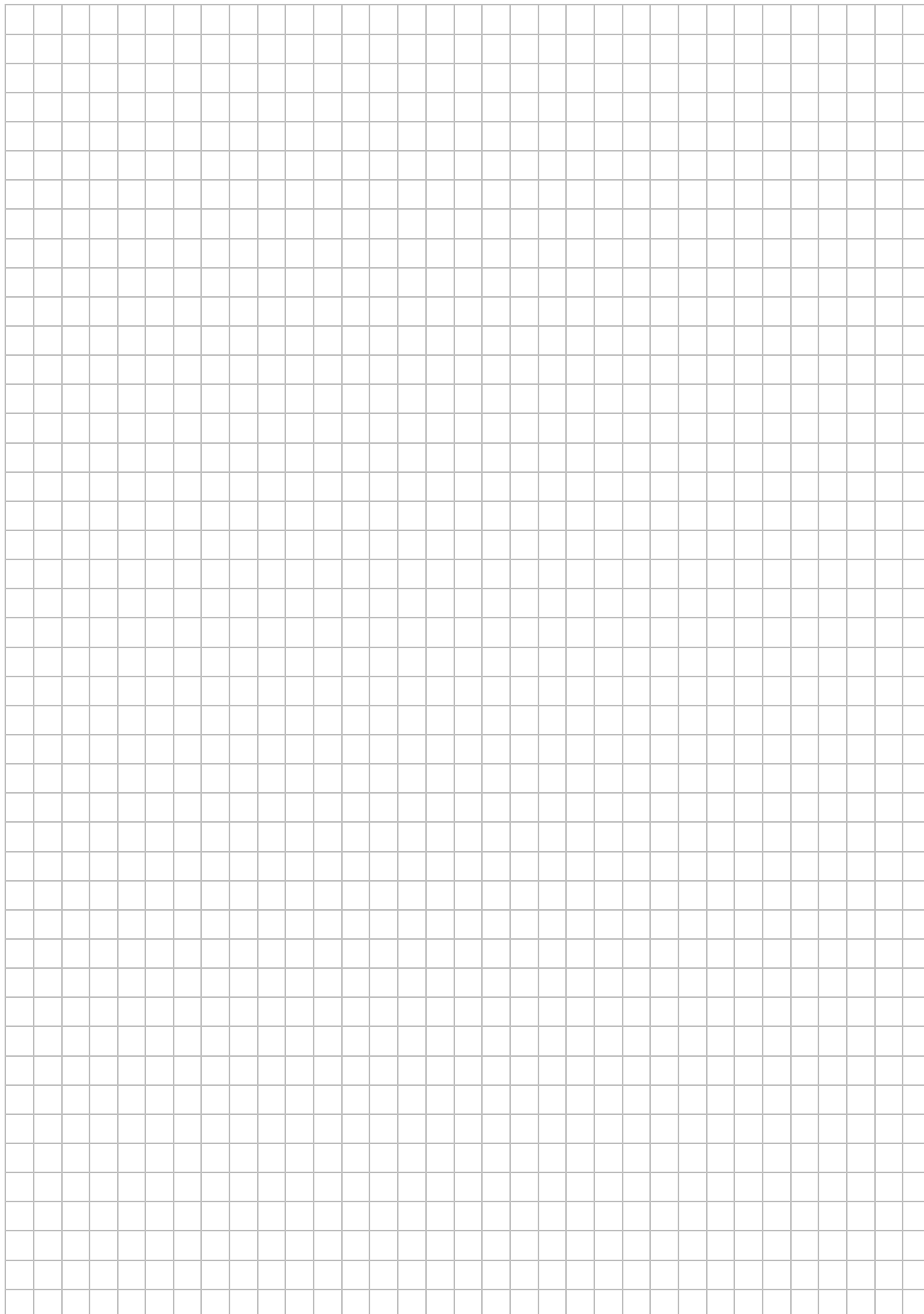


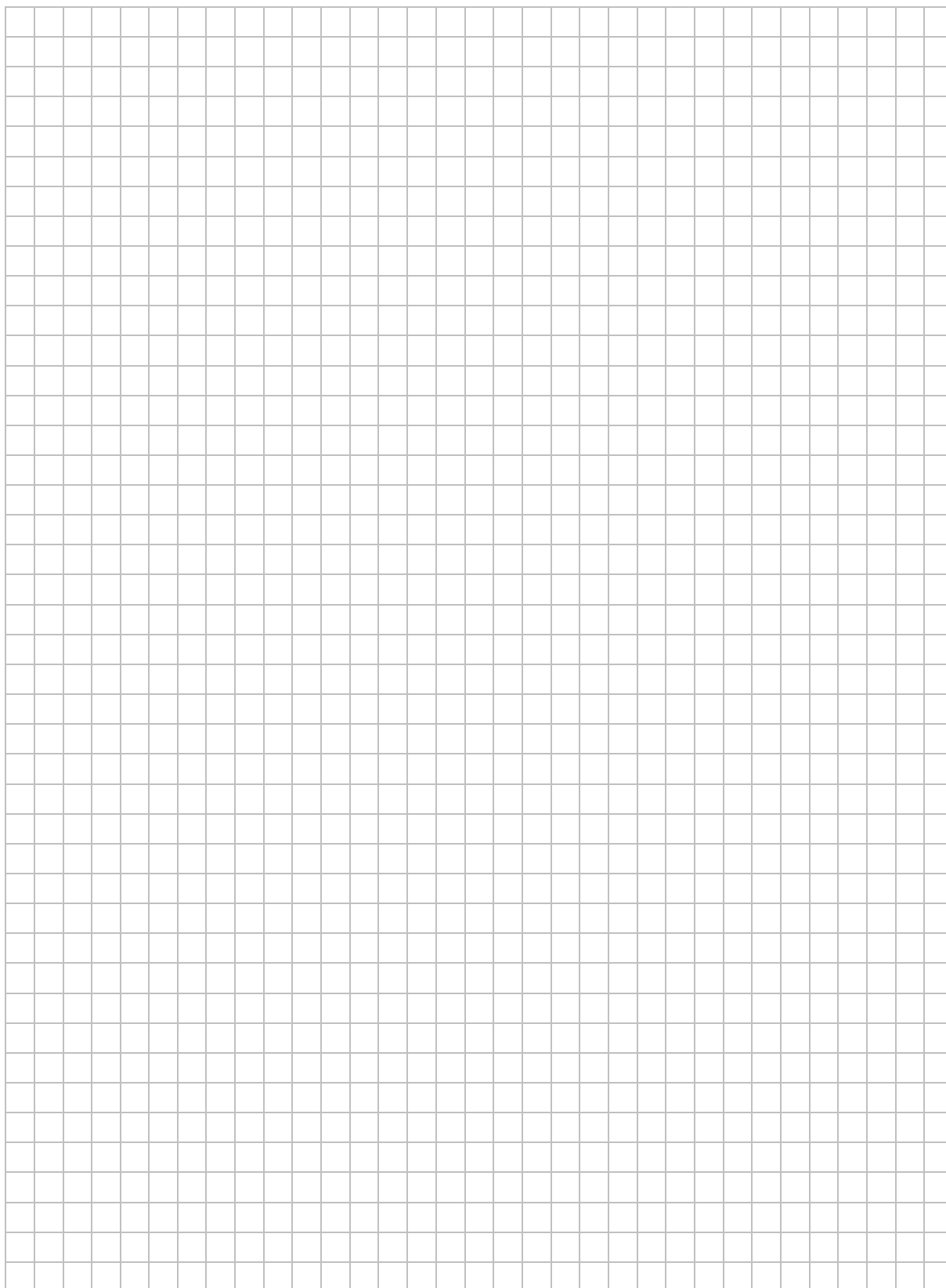
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–7)

Rozważmy wszystkie graniastosłupy prawidłowe trójkątne o objętości $V=2$. Wyznacz długości krawędzi tego z rozważanych graniastosłupów, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.





Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)