WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

IMIĘ I NAZWISKO *

* nieobowiązkowe

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ

MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

dysleksja

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **18** stron (zadania **1–15**). Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

Powodzenia!

STYCZEŃ 2018

Czas pracy: 180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.
W zadaniu 6. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.

Zadanie 1. (0–1)
Równanie $\left|(x+2)^2-3\right|=2a+1$ z niewiadomą x ma dokładnie trzy rozwiązania tylko wtedy, gdy

A. $a=-2$. **B.** $a=0$. **C.** $a=1$. **D.** $a=3$.

Zadanie 2. (0–1)
Wskaż przedział, w którym wielomian $f(x)=x^3-6x^2+9x$ jest funkcją malejącą.

A. $\langle 1,3\rangle$ **B.** $\langle 0,4\rangle$ **C.** $(-\infty,0)$ **D.** $(-3,-1)$

Zadanie 3. (0–1)
Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem $a_n=\dfrac{3n(n^2-1)}{(2n+1)^3}$ dla $n\geqslant 1$. Wtedy

A. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=3$. **B.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\frac{3}{2}$. **C.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\frac{3}{4}$. **D.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\frac{3}{8}$.

Zadanie 4. (0–1)
Funkcja f, której dziedziną jest zbiór $(2,\infty)$, jest określona wzorem: $f(x)=x+2+\frac{4}{x}+\frac{8}{x^2}+\ldots$.
Wartość funkcji f jest równa 8 dla argumentu

A. $\frac{16}{7}$. **B.** 4. **C.** $4+4\sqrt{2}$. **D.** $10\frac{2}{3}$.

Zadanie 5. (0–1)
Wskaż równanie okręgu, którego obrazem w przesunięciu o wektor $\vec{u}=[3,-2]$ jest okrąg o równaniu: $x^2+y^2-2x+2y-2=0$.

A. $(x-4)^2+(y+3)^2=4$

B. $(x+2)^2+(y-1)^2=2$

C. $(x-3)^2+(y+2)^2=2$

D. $(x+2)^2+(y-1)^2=4$

Zadanie 6. (0–2)
W trójkącie ostrokątnym ABC $\sin\sphericalangle BAC=\frac{4}{5}$, a $\sin\sphericalangle ABC=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Oblicz $\cos\sphericalangle ACB$.

W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	1	2	3	4	5	6
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	2
	Uzyskana liczba pkt						

Zadanie 7. (0–3)

W czworokącie $ABCD$ dane są: $|AC| = 5$, $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle BCD| = 90^\circ$, $\sin \sphericalangle ABC = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Oblicz długość przekątnej BD tego czworokąta.

Odpowiedź: ....

Zadanie 8. (0–3)
Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność:
$x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x + 9 \geqslant 0$.

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	7	8
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 9. (0–3)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem:

$$a_n = \frac{1}{\frac{1}{\log_2(n+1)} + \frac{1}{\log_3(n+1)} + \frac{1}{\log_4(n+1)} + \ldots + \frac{1}{\log_{2018}(n+1)}} \text{ dla } n \geqslant 1.$$

Uzasadnij, że wzór ciągu (a_n) można zapisać w postaci $a_n = \log_{2018!}(n+1)$ i oblicz wartość wyrażenia $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{2017}$.

Zadanie 10. (0–5)
Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x spełniające równanie: $2\sin^2 x - \cos 2x = 1$. Oblicz sumę wszystkich rozwiązań tego równania należących do przedziału $\langle 0, 32\pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	9	10
	Maks. liczba pkt	3	5
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 11. (0–5)

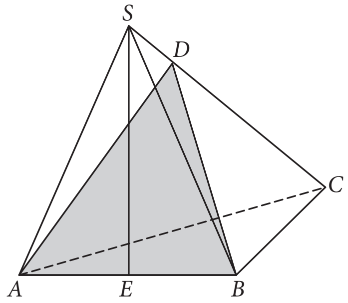
Urna zawiera 5 kul ponumerowanych od 1 do 5. Losowano z niej osiem razy ze zwracaniem po jednej kuli i zapisywano wylosowane numery kolejno, od strony lewej do prawej. Zapisane cyfry utworzyły liczbę ośmiocyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w doświadczeniu otrzymamy liczbę parzystą, w której zapisie dziesiętnym znajdą się dokładnie trzy trójki i co najmniej jedna piątka. Wynik podaj w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	11
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 12. (0–5)

W ostrosłupie $ABCS$ podstawa ABC jest trójkątem równoramiennym o ramionach AC i BC długości 4 i kącie między nimi $30°$. Punkt E – środek krawędzi AB – jest spodkiem wysokości tego ostrosłupa, a krawędź boczna CS tworzy z podstawą kąt $60°$. Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź AB i mającą z przeciwległą krawędzią boczną CS wspólny punkt D (jak na rysunku). Oblicz pole otrzymanego przekroju, wiedząc, że z podstawą ostrosłupa tworzy on kąt $75°$. Podaj dokładny wynik obliczeń.



Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–6)
Funkcja kwadratowa $f(x) = (2m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + m - 1$ ma dwa różne miejsca zerowe x_1, x_2. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których odległość między miejscami zerowymi wynosi nie więcej niż 4.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–6)
Wyznacz równania wszystkich wspólnych stycznych do paraboli o równaniu $y = \frac{1}{2}x^2$ i okręgu o równaniu $x^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = 2$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–7)
Prosta o równaniu $y = a^2x + 3a$ przecina hiperbolę o równaniu $y = \frac{4}{x}$ w dwóch punktach, A i B. Wyraź długość odcinka AB w zależności od wartości parametru $a < 0$. Wyznacz równanie prostej, która przecina opisaną w zadaniu hiperbolę tak, aby długość odcinka AB była najmniejsza.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)