

KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI  
Próbna Matura z OPERONEMMatematyka  
Poziom rozszerzony

Listopad 2016

Zacznij  
przygotowania  
do matury już dziś

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

## Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

| Numer zadania | Poprawna odpowiedź | Wskazówki do rozwiązania zadania  |
|---------------|--------------------|---|
| 1.            | A                  | $  x+3 -5  < 2 \Leftrightarrow  x+3 -5 < 2 \wedge  x+3 -5 > -2$ $\Leftrightarrow  x+3  < 7 \wedge  x+3  > 3 \Leftrightarrow (x+3 < 7 \wedge x+3 > -7) \wedge (x+3 > 3 \vee x+3 < -3)$ $(x \in (-10, 4) \wedge x \in (-\infty, -6) \cup (0, +\infty)) \Leftrightarrow x \in (-10, -6) \cup (0, 4)$   |
| 2.            | A                  | $\operatorname{tg} 22,5^\circ + \frac{1}{\operatorname{tg} 22,5^\circ} = \frac{\sin 22,5^\circ}{\cos 22,5^\circ} + \frac{\cos 22,5^\circ}{\sin 22,5^\circ} = \frac{\sin^2 22,5^\circ + \cos^2 22,5^\circ}{\sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ} =$ $= \frac{1}{2 \sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ} \cdot 2 = \frac{2}{\sin 45^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ |
| 3.            | C                  | <p>Jeśli <math>a</math> – bok trójkąta naprzeciwko kąta <math>120^\circ</math>, to</p> $a^2 = 100 + 36 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ, \text{ zatem } a^2 = 100 + 36 + 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a = 14,$ $\frac{a}{\sin 120^\circ} = 2R \Rightarrow R = \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow R = \frac{14\sqrt{3}}{3}$                |
| 4.            | B                  | $W'(x) = x^3 + 2x^2, W'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -2,$ <p>ale tylko w punkcie <math>x_2 = -2</math> istnieje ekstremum, ponieważ tylko tam pochodna zmienia znak, zatem istnieje tylko jedno ekstremum</p>  |
| 5.            | C                  | $\log_6 5 + 2 \log_{36} 3 = \log_6 5 + 2 \cdot \frac{\log_6 3}{\log_6 36} = \log_6 5 + \log_6 3 = \log_5 5 + \log_6 3 = \log_6 15$  |

## Zadania otwarte – kodowane

| Numer zadania | Poprawna odpowiedź | Wskazówki do rozwiązania zadania   | Liczba punktów |
|---------------|--------------------|--|----------------|
| 6.            | 0 3 0              | $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3 - \frac{5}{n} - \frac{7}{n^2}}{5 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2}} - \left( \frac{2 - \frac{1}{n}}{3 + \frac{1}{n}} \right)^3 \right) = \frac{3}{5} - \frac{8}{27} = \frac{81 - 40}{135} = \frac{41}{135} =$ $= 0,303703... \approx 0,30$ | 0-2            |

| Numer zadania | Poprawna odpowiedź | Wskazówki do rozwiązania zadania   | Liczba punktów |
|---------------|--------------------|--|----------------|
| 7.            | 1 4 4              | $x^3 + x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 2x - 5) = 0$<br>$x_1 = 1, x_2 = -1 - \sqrt{6}, x_3 = -1 + \sqrt{6}$ , największa z tych liczb, to $x_3 = -1 + \sqrt{6} = 1,449489 \dots$ | 0-2            |
| 8.            | 7 5 5              | $r^2 = 8 \cdot 11 \Rightarrow r = 2\sqrt{22}$ ,<br>$L = 2(2r + 19) = 8\sqrt{22} + 38 = 75,523326 \dots$  | 0-2            |

## Zadania otwarte

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

| Numer zadania | Modelowe etapy rozwiązywania zadania  | Liczba punktów |
|---------------|---|----------------|
| 9.            | Rozwiązanie:<br>$\frac{x-5}{4-x^2} \geq 0 \wedge 4-x^2 \neq 0 \Leftrightarrow (x-5)(4-x^2) \geq 0 \wedge 4-x^2 \neq 0 \Leftrightarrow$<br>$x \in (-\infty, -2) \cup (2, 5)$   | 0-2            |
|               | Istotny postęp:<br>Zapisanie układu nierówności: $\frac{x-5}{4-x^2} \geq 0 \wedge 4-x^2 \neq 0$   | 1              |
|               | Rozwiązanie pełne:<br>Rozwiązanie układu nierówności: $x \in (-\infty, -2) \cup (2, 5)$   | 2              |
| 10.           | Rozwiązanie:<br>$f'(x) = \frac{-3(4x^3 + 2x)}{(x^4 + x^2 - 75)^2}, f'(-3) = \frac{-3(-108 - 6)}{(81 + 9 - 75)^2} = \frac{38}{25}$<br>$P = \left(-3, \frac{1}{5}\right)$ , czyli styczna ma postać: $y = \frac{38}{25}x + b$ ,<br>po podstawieniu punktu $P = \left(-3, \frac{1}{5}\right)$<br>Otrzymujemy: $\frac{1}{5} = \frac{38}{25} \cdot (-3) + b \Rightarrow b = \frac{119}{25}$<br>Zatem styczna ma wzór: $y = \frac{38}{25}x + \frac{119}{25}$  | 0-3            |
|               | Istotny postęp:<br>Wyznaczenie wzoru pochodnej: $f'(x) = \frac{-3(4x^3 + 2x)}{(x^4 + x^2 - 75)^2}$  | 1              |
|               | Pokonanie zasadniczych trudności:<br>Obliczenie pochodnej funkcji w punkcie: $f'(-3) = \frac{-3(-108 - 6)}{(81 + 9 - 75)^2} = \frac{38}{25}$  | 2              |
|               | Rozwiązanie pełne:<br>Wyznaczenie równania stycznej: $y = \frac{38}{25}x + \frac{119}{25}$  | 3              |
| 11.           | Rozwiązanie:<br>Dla liczb wszystkich dodatnich prawdziwa jest nierówność: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$<br>Zatem: $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 \geq 4 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + 2 + \frac{b^2}{a^2} \geq 4 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \geq 2 \Rightarrow$<br>$\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 2 + 3 \cdot 2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 8$ | 0-3            |

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

| Numer zadania | Modelowe etapy rozwiązywania zadania   | Liczba punktów |
|---------------|--|----------------|
|               | Istotny postęp:<br>Zapisanie nierówności: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$   | 1              |
|               | Pokonanie zasadniczych trudności:<br>Zapisanie nierówności: $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \geq 2$   | 2              |
|               | Rozwiązanie pełne:<br>Wykazanie tezy zadania:<br>$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 2 + 3 \cdot 2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 8$   | 3              |
| 12.           | Rozwiązanie:<br>$\begin{cases} \frac{a_1}{1-q} = 40 \\ \frac{a_1}{1-q^2} = 32 \end{cases} \wedge  q  < 1 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 30 \\ q = \frac{1}{4} \end{cases}$  | 0-3            |
|               | Istotny postęp:<br>Zapisanie równania: $\frac{a_1}{1-q} = 40 \wedge  q  < 1$   | 1              |
|               | Pokonanie zasadniczych trudności:<br>Zapisanie układu równań: $\begin{cases} \frac{a_1}{1-q} = 40 \\ \frac{a_1}{1-q^2} = 32 \end{cases} \wedge  q  < 1$  | 2              |
|               | Rozwiązanie pełne:<br>Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases} a_1 = 30 \\ q = \frac{1}{4} \end{cases}$   | 3              |
| 13.           | Rozwiązanie:<br>$(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha + \sin \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 0$<br>$2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} - \sin(\alpha - \beta) = 0$<br>$\sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 0$<br>$\sin(\alpha - \beta)(\sin(\alpha + \beta) - 1) = 0$<br>$\sin(\alpha - \beta) = 0 \vee \sin(\alpha + \beta) - 1 = 0$<br>$\sin(\alpha - \beta) = 0 \vee \sin(\alpha + \beta) = 1$ , uwzględniając fakt, że $\alpha, \beta$ są kątami trójkąta otrzymujemy: $\alpha = \beta \vee \alpha + \beta = 90^\circ$ , co kończy dowód | 0-4            |
|               | Rozwiązanie, w którym jest postęp:<br>Zapisanie równania w postaci: $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha + \sin \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 0$  | 1              |
|               | Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp:<br>Zapisanie równania w postaci:<br>$\sin(\alpha - \beta)(\sin(\alpha + \beta) - 1) = 0$  | 2              |
|               | Pokonanie zasadniczych trudności:<br>Zapisanie równania w postaci alternatywnej:<br>$\sin(\alpha - \beta) = 0 \vee \sin(\alpha + \beta) = 1$   | 3              |
|               | Rozwiązanie pełne:<br>Uzasadnienie tezy zadania: $\alpha = \beta \vee \alpha + \beta = 90^\circ$ , ponieważ $\alpha, \beta$ są kątami trójkąta.  | 4              |

Kup vademecum

sklep.operon.pl/matura

| Numer zadania | Modelowe etapy rozwiązywania zadania  | Liczba punktów |
|---------------|---|----------------|
| 14.           | <p>Rozwiązanie:<br/> <math>AB: y = \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4</math><br/> <math>B = (x, \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4)</math><br/> <math> AB  = \sqrt{(x-8)^2 + (\sqrt{3}x - 8\sqrt{3})^2}</math><br/> <math> AB  = 2\sqrt{x^2 - 16x + 64} = 2 x-8  \Rightarrow 2 x-8  = 22 \Rightarrow x = 19 \vee x = -3</math><br/> <math>B = (19, 11\sqrt{3} + 4) \vee B = (-3, -11\sqrt{3} + 4)</math></p>  | 0-4            |
|               | <p>Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp:<br/> Zapisanie równania prostej <math>AB: y = \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4</math></p>  | 1              |
|               | <p>Pokonanie zasadniczych trudności:<br/> Zapisanie równania w zależności od odciętej szukanego punktu:<br/> <math>B = (x, \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4), 22 = \sqrt{(x-8)^2 + (\sqrt{3}x - 8\sqrt{3})^2}</math><br/> lub układu równań: <math display="block">\begin{cases} y = \sqrt{3}x - 8\sqrt{3} + 4 \\ \sqrt{(x-8)^2 + (y-4)^2} \end{cases}</math></p>  | 2              |
|               | <p>Rozwiązanie prawie pełne:<br/> Rozwiązanie równania: <math>2 x-8  = 22 \Rightarrow x = 19 \vee x = -3</math> lub rozwiązania <math>x^2 - 16x - 57 = 0 \Rightarrow x = 19 \vee x = -3</math></p>  | 3              |
|               | <p>Rozwiązanie pełne:<br/> Zapisanie odpowiedzi:<br/> <math>B = (19, 11\sqrt{3} + 4) \vee B = (-3, -11\sqrt{3} + 4)</math></p>  | 4              |
| 15.           | <p>Rozwiązanie:<br/> Oznaczamy:<br/> <math>AB, CD</math> – odpowiednio dłuższa i krótsza podstawa trapezu<br/> <math>J \in AD, K \in BC, E \in JK</math>, gdzie <math>JK</math> jest odcinkiem równoległym do <math>AB</math><br/> <math>h, H</math> – odpowiednio wysokość trójkąta <math>JED</math> na podstawę <math>JE</math> (i jednocześnie wysokość trójkąta <math>EKC</math> na podstawę <math>EK</math>) oraz trapezu <math>ABCD</math><br/> <math>G</math> – punkt przecięcia prostych <math>EF</math> i <math>AB</math><br/> Najpierw wykażemy, że: <math> JE  =  EK </math><br/> Trójkąty <math>JED</math> i <math>ABD</math> oraz <math>EKC</math> i <math>ABD</math> są podobne, zatem: <math>\frac{ JE }{ AB } = \frac{h}{H}</math> oraz <math>\frac{ KE }{ AB } = \frac{h}{H}</math>,<br/> stąd:<br/> <math>\frac{ JE }{ AB } = \frac{ KE }{ AB } \Rightarrow  JE  =  KE </math><br/> Trójkąty <math>JEF</math> i <math>AGF</math> oraz <math>GBF</math> i <math>EKF</math> są podobne, zatem: <math>\frac{ JE }{ AG } = \frac{ EF }{ FG }</math> oraz <math>\frac{ KE }{ GB } = \frac{ FE }{ FG }</math>, stąd <math>\frac{ KE }{ GB } = \frac{ JE }{ AG } \wedge  JE  =  KE  \Rightarrow  BG  =  AG </math>, co wykazuje tezę zadania</p> | 0-4            |
|               | <p>Rozwiązanie, w którym jest postęp:<br/> Wprowadzenie oznaczeń:<br/> <math>AB, CD</math> – odpowiednio dłuższa i krótsza podstawa trapezu<br/> <math>J \in AD, K \in BC, E \in JK</math>, gdzie <math>JK</math> jest odcinkiem równoległym do <math>AB</math><br/> <math>h, H</math> – odpowiednio wysokość trójkąta <math>JED</math> na podstawę <math>JE</math> (i jednocześnie wysokość trójkąta <math>EKC</math> na podstawę <math>EK</math>) oraz trapezu <math>ABCD</math><br/> <math>G</math> – punkt przecięcia prostych <math>EF</math> i <math>AB</math></p>  | 1              |

| Numer zadania | Modelowe etapy rozwiązywania zadania   | Liczba punktów |
|---------------|--|----------------|
|               | <p>Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp:<br/>Zauważenie, że trójkąty <math>JED</math> i <math>ABD</math> oraz <math>EKC</math> i <math>ABD</math> są podobne i wykazanie, że <math> JE  =  KE </math></p> $\frac{ JE }{ AB } = \frac{h}{H} \text{ oraz } \frac{ KE }{ AB } = \frac{h}{H}, \text{ stąd:}$ $\frac{ JE }{ AB } = \frac{ KE }{ AB } \Rightarrow  JE  =  KE $  | 2              |
|               | <p>Pokonanie zasadniczych trudności:<br/>Zauważenie, że trójkąty <math>JEF</math> i <math>AGF</math> oraz <math>GBF</math> i <math>EKF</math> są podobne i zapisanie proporcji <math>\frac{ JE }{ AG } = \frac{ EF }{ FG }</math> oraz <math>\frac{ KE }{ GB } = \frac{ FE }{ FG }</math></p>  | 3              |
|               | <p>Rozwiązanie pełne:<br/>Wykazanie tezy zadania: <math>\frac{ KE }{ GB } = \frac{ JE }{ AG } \wedge  JE  =  KE  \Rightarrow  BC  =  AG </math></p>  | 4              |
| 16.           | <p>Rozwiązanie:<br/><math>A</math> – wylosowanie kuli białej z urny w drugim losowaniu<br/><math>B_1, B_2, B_3</math> – odpowiednio wylosowanie dwóch kul białych w pierwszym losowaniu, wylosowanie kuli czarnej i białej w pierwszym losowaniu, wylosowanie dwóch kul czarnych w pierwszym losowaniu</p> $P(B_1) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{10}{66}, P(B_2) = \frac{\binom{5}{1}\binom{7}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{35}{66}, P(B_3) = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{21}{66}$ $P(A/B_1) = \frac{3}{10}, P(A/B_2) = \frac{4}{10}, P(A/B_3) = \frac{5}{10},$ $P(A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{66} + \frac{4}{10} \cdot \frac{35}{66} + \frac{5}{10} \cdot \frac{21}{66} = \frac{5}{12}$ | 0–4            |
|               | <p>Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp:<br/>Wprowadzenie oznaczeń:<br/><math>A</math> – wylosowanie kuli białej z urny w drugim losowaniu<br/><math>B_1, B_2, B_3</math> – odpowiednio wylosowanie dwóch kul białych w pierwszym losowaniu, wylosowanie kuli czarnej i białej w pierwszym losowaniu, wylosowanie dwóch kul czarnych w pierwszym losowaniu</p>  | 1              |
|               | <p>Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp:<br/>Obliczenie prawdopodobieństw: <math>P(A/B_1) = \frac{3}{10}, P(A/B_2) = \frac{4}{10}, P(A/B_3) = \frac{5}{10}</math></p>   | 2              |
|               | <p>Pokonanie zasadniczych trudności:<br/>Obliczenie prawdopodobieństw:</p> $P(B_1) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{10}{66}, P(B_2) = \frac{\binom{5}{1}\binom{7}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{35}{66}, P(B_3) = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{21}{66}$   | 3              |
|               | <p>Rozwiązanie pełne:<br/>Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia:<br/><math>A: P(A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{66} + \frac{4}{10} \cdot \frac{35}{66} + \frac{5}{10} \cdot \frac{21}{66} = \frac{5}{12}</math></p>  | 4              |



| Numer zadania | Modelowe etapy rozwiązywania zadania  | Liczba punktów  |
|---------------|---|---|
| 17.           | <p>Rozwiązanie:</p> $m + 1 \neq 0 \wedge \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq -1 \wedge (2m - 2)^2 + 8(m^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}$ $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 2 \Rightarrow \frac{x_2^3 + x_1^3}{x_1^3 x_2^3} < 2 \Rightarrow \frac{(x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2)}{(x_1 x_2)^3} < 2$ $\frac{(x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2]}{(x_1 x_2)^3} < 2 \Rightarrow \frac{\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)\left[\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)^2 + 6\frac{m-1}{m+1}\right]}{\left(\frac{-2m+2}{m+1}\right)^3} < 2$ $\frac{10m^2 - 8m - 2}{(m-1)^2} > -8 \Rightarrow 3m^2 - 4m + 1 > 0 \Rightarrow m \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$ <p>Wyznaczamy część wspólną wszystkich warunków i otrzymujemy:</p> $m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}$ | 0–5   |
|               | <p>I część</p> <p>Zapisanie i rozwiązanie warunków istnienia dwóch różnych pierwiastków:</p> $m + 1 \neq 0 \wedge \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq -1 \wedge (2m - 2)^2 + 8(m^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}$  | 1 (za I część przyznaje się 1 pkt)  |
|               | <p>II część</p> <p>Rozwiązanie warunku: suma odwrotności sześciątów pierwiastków jest mniejsza od dwóch. Zapisanie warunku w postaci:</p> $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 2 \Rightarrow \frac{x_2^3 + x_1^3}{x_1^3 x_2^3} < 2 \Rightarrow \frac{(x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2)}{(x_1 x_2)^3} < 2$ $\Rightarrow \frac{(x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2]}{(x_1 x_2)^3} < 2$  | 2   |
|               | <p>Przekształcenie warunku do postaci: <math display="block">\Rightarrow \frac{\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)\left[\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)^2 + 6\frac{m-1}{m+1}\right]}{\left(\frac{-2m+2}{m+1}\right)^3} &lt; 2</math></p>  | 3   |
|               | <p>Rozwiązanie nierówności:</p> $\frac{10m^2 - 8m - 2}{(m-1)^2} > -8 \Rightarrow 3m^2 - 4m + 1 > 0 \Rightarrow m \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$ <p>III część</p> <p>Wyznaczenie części wspólnej rozwiązań wszystkich warunków:</p> $m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \setminus \{-1\}$  | 4 (za II część przyznaje się 3 pkt)<br>5 (za III część przyznaje się 1 pkt) |



| Numer zadania | Modelowe etapy rozwiązywania zadania   | Liczba punktów                     |
|---------------|--|------------------------------------|
| 18.           | <p>Rozwiązanie:</p> $P = \left(x, \frac{2}{x}\right), d(P, l) = \frac{ 4x + 3y + 6 }{5} = \frac{\left 4x + \frac{6}{x} + 6\right }{5} = \frac{ 4x^2 + 6x + 6 }{5x}$ $d(x) = \frac{ 4x^2 + 6x + 6 }{5x} = \frac{4x^2 + 6x + 6}{5x} - \text{ponieważ wartość wyrażenia } \frac{4x^2 + 6x + 6}{5x}$ <p>wartości bezwzględnej jest dodatnia, <math>D = (0, +\infty)</math></p> $d'(x) = \frac{20x^2 - 30}{25x^2}$ $d'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{20x^2 - 30}{25x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ (odcięta ujemna nie należy do dziedzi-}$ <p>ny funkcji)</p> $d'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right) \wedge d'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right), \text{ zatem funkcja maleje}$ <p>w przedziale <math>\left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)</math> i rośnie w przedziale <math>\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right)</math>, więc w punkcie <math>x = \sqrt{\frac{3}{2}}</math> funkcja osiąga minimum będące najmniejszą wartością funkcji</p> $P = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}, 2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $d\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = \frac{4 \cdot \frac{3}{2} + 6\sqrt{\frac{3}{2}} + 6}{5\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{6 + 4\sqrt{6}}{5}$ | 0–7                                |
|               | <p>I część</p> <p>Wyznaczenie wzoru funkcji określającej odległość punktu hiperboli od danej prostej:<br/>Zapisanie współrzędnych punktu w postaci: <math>P = \left(x, \frac{2}{x}\right)</math></p>   | 1                                  |
|               | <p>Wyznaczenie wzoru na odległość punktu od prostej: <math>d(x) = \frac{4x^2 + 6x + 6}{5x}</math></p>  | 2                                  |
|               | <p>Zapisanie dziedziny funkcji: <math>x \in (0, +\infty)</math></p>  | 3 (za I część przyznaje się 3 pkt) |
|               | <p>II część</p> <p>Zbadanie pochodnej i wyznaczenie ekstremum.<br/>Wyznaczenie wzoru pochodnej funkcji:<br/><math>d'(x) = \frac{20x^2 - 30}{25x^2}</math></p>  | 4                                  |
|               | <p>Wyznaczenie miejsca zerowego pochodnej: <math>x = \sqrt{\frac{3}{2}}</math></p>   | 5                                  |

| Numer zadania | Modelowe etapy rozwiązywania zadania  | Liczba punktów                       |
|---------------|---|--------------------------------------|
|               | <p>Zbadanie znaków pochodnej i zapisanie wniosku dotyczącego minimum funkcji:</p> <p><math>d'(x) &lt; 0 \Leftrightarrow x \in \left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right) \wedge d'(x) &gt; 0 \Leftrightarrow x \in \left(\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right)</math>, zatem funkcja maleje w przedziale <math>\left(0, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)</math> i rośnie w przedziale <math>\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty\right)</math>, więc w punkcie <math>x = \sqrt{\frac{3}{2}}</math> funkcja osiąga minimum będące najmniejszą wartością funkcji</p> | 6 (za II część przyznaje się 3 pkt)  |
|               | <p>III część</p> <p>Wyznaczenie najmniejszej wartości funkcji: <math>d\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = \frac{4 \cdot \frac{3}{2} + 6\sqrt{\frac{3}{2}} + 6}{5\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{6 + 4\sqrt{6}}{5}</math></p>  | 7 (za III część przyznaje się 1 pkt) |

## TWÓJ KOD DOSTĘPU

DB3F79C95

Wybierz

Zdecydowanie  
NAJLEPSZY SERWIS DLA  
**MATURZYSTÓW**  
WWW.GIELDAMATURALNA.PL

### DLA CIEBIE:

- ▶ WIĘCEJ ZADAŃ
- ▶ PEŁEN DOSTĘP do całego serwisu przez 2 tygodnie\*!

- 1 Zaloguj się na [gieldamaturalna.pl](http://gieldamaturalna.pl)
- 2 Wpisz swój kod
- 3 Odblokuj dostęp do bazy tysięcy zadań i arkuszy
- 4 Przygotuj się do matury z nami!

\* Kod umożliwia dostęp do wszystkich materiałów zawartych w serwisie [gieldamaturalna.pl](http://gieldamaturalna.pl) przez 14 dni od daty aktywacji (pierwsze użycie kodu). Kod należy aktywować do dnia 31.12.2016 r.

Najlepsze zakupy  
przed egzaminem!

TESTY, VADEMECUM  
I PAKIETY 2017

