Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Matematyka**
Poziom:	**Poziom podstawowy**

Zasady oceniania są zgodne z podstawą programową kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej z 2024 r., https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/download.xsp/WDU20240001019/O/D20241019.pdf (dostęp: 20.09.2024).

Uwagi:

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

2. Jeżeli zdający, rozwiązując zadanie otwarte, popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej $(n-1)$ punktów (gdzie n jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa.	Zdający: I.1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 3. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: I.2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia [...].

Zasady oceniania

2 pkt – przekształcenie wyrażenia do postaci $5\left(2k^2+4\mathrm{k}+2\right)+3$

ALBO

przekształcenie wyrażenia do postaci $10\left(k^2+2\mathrm{k}+1\right)+3$ oraz zapisanie, że wyrażenie $10\left(k^2+2\mathrm{k}+1\right)$ jest podzielne przez 5 lub liczba 10 jest podzielna przez 5

ALBO

przekształcenie wyrażenia do postaci $10k^2+20\mathrm{k}+13$ oraz zapisanie, że składniki $10k^2$ oraz $20k$, a reszta z dzielenia liczby 13 przez 5 jest równa 3

1 pkt – zapisanie wyrażenia tylko w postaci $10k^2+20\mathrm{k}+13$,

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Uwaga:

Jeśli zdający sprawdza prawdziwość tezy tylko dla wybranych wartości k, to otrzymuje 0 punktów za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązanie

$(3k+2)^2+(k+3)^2+2k=9k^2+12k+4+k^2+6k+9+2k=10k^2+20\mathrm{k}+13=5\left(2k^2+4\mathrm{k}+2\right)+3$

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa.	Zdający: I.9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

C

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa.	Zdający: II.1) stosuje wzory skróconego mnożenia na $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: III.3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
B

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: III.1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny, tym np. przekształca równoważnie równanie $\frac{5}{x+1}=\frac{x+3}{2x-1}$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
C

Zadanie 8. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: III.5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x)=0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej.

Zasady oceniania
2 pkt – wyznaczenie wszystkich rozwiązań równania: $x=\sqrt{11}$, $x=-\sqrt{11}$, $x=0$, $x=\frac{4}{5}$
1 pkt – wykorzystanie własności iloczynu i zapisanie dwóch równań $3x^2-33=0$ oraz $5x^2-4x=0$
ALBO
– obliczenie lub podanie rozwiązania jednego z równań $x^2-33=0$ lub $5x^2-4x=0$
0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody lub brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie
$\left(3x^2-33\right)\left(5x^2-4x\right)=0$
$3x^2-33=0$ lub $5x^2-4x=0$
$3x^2=33$
$x\left(5x-4\right)=0$

$x^2 = 11$

$x = 0$ lub $5x - 4 = 0$

$x = \sqrt{11}$ lub $x = -\sqrt{11}$

$x = 0$ lub $x = \frac{4}{5}$

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: IV.2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
A

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: V.4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały [...].

Zasady oceniania
2 pkt – wybranie dwóch poprawnych odpowiedzi
1 pkt – wybranie jednej lub dwóch odpowiedzi, z których jedna jest poprawna
0 pkt – odpowiedź całkowicie niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
1. C, 2. D

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: V.5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
FF

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: V.6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
C

Zadanie 13.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: V.8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
B

Zadanie 13.2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: V.9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
PP

Zadanie 13.3. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: V.12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$ [...].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
C

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa.	Zdający: V.2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
D

Zadanie 15. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: VI.1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
PF

Zadanie 16. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: VI.2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne zapisanie wartości czwartego wyrazu ciągu; $b_4 = 87$
0 pkt – błędne rozwiązanie lub brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie
$$\begin{cases} b_1 = 3 \\ b_{n+1} = 4b_n - 5 \end{cases}$$
$b_2 = 4 \cdot 3 - 5 = 7$
$b_3 = 4 \cdot 7 - 5 = 23$
$b_4 = 4 \cdot 23 - 5 = 87$

Zadanie 17. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: VI.4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
B1

Zadanie 18. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: VI.5) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania
2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i obliczenie $a_1 = 23$
1 pkt – zapisanie układu równań pozwalającego obliczyć a_1, np.:

$a_1 + 3r = 11$ oraz $a_1 + a_1 + r + a_1 + 2r + a_1 + 3r = 68$

$a_1 + 3r = 11$ oraz $68 = \frac{a_1 + a_1 + 3r}{2} \cdot 4$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

$$\begin{cases} a_1 + 3r = 11 \\ a_1 + a_1 + r + a_1 + 2r + a_1 + 3r = 68 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 3r = 11 \\ 4a_1 + 6r = 68 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2a_1 - 6r = -22 \\ 4a_1 + 6r = 68 \end{cases}$$

$2a_1 = 46$

$a_1 = 23$

Zadanie 19. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: VII.2) korzysta z wzorów $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ [...].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
A

Zadanie 20.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	VII.3) stosuje twierdzenia [...] wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie wzoru na pole trójkąta $P=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b\cdot \sin\gamma$ i uzyskanie poprawnego wyniku: $P=21\sqrt{15}$

1 pkt – obliczenie sinusa największego kąta tego trójkąta $\sin\gamma=\frac{\sqrt{15}}{4}$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

Obliczenie sinusa największego kąta tego trójkąta:

$\sin^2\gamma+\cos^2\gamma=1$

$\sin^2\gamma+\frac{1}{16}=1$

$\sin^2\gamma=\frac{15}{16}$

$\sin\gamma=\frac{\sqrt{15}}{4}$ lub $\sin\gamma=-\frac{\sqrt{15}}{4}$

Sinus kąta rozwartego jest dodatni, więc $\sin\gamma=\frac{\sqrt{15}}{4}$

$P=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b\cdot \sin\gamma=\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 14\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}=21\sqrt{15}$

Zadanie 20.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: VII.3) stosuje twierdzenie cosinusów [...].

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i obliczenie cosinusa najmniejszego kąta trójkąta; $\cos\alpha=\frac{308}{448}$

1 pkt – zastosowanie twierdzenia cosinusów i zapisanie równania $12^2=14^2+16^2-2\cdot 14\cdot 16\cdot\cos\alpha$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

Z twierdzenia cosinusów $12^2=14^2+16^2-2\cdot 14\cdot 16\cdot\cos\alpha$

$448\cdot\cos\alpha=308$

$\cos\alpha=\frac{308}{448}$

Zadanie 21. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: VIII.12) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

B

Zadanie 22.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: VIII.10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, [...] oraz korzysta z ich własności.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
C

Zadanie 22.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	VIII.10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: [...] środek ciężkości oraz korzysta z ich własności.

Zasady oceniania
2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i obliczenie odległości środka ciężkości tego trójkąta od wierzchołka C: $|CS|=\frac{\sqrt{14}}{3}$
1 pkt – zapisanie zależności wynikającej z własności środka ciężkości, np.: $|CS|=\frac{2}{3}|CO|$, gdzie S jest środkiem ciężkości trójkąta, a O – środkiem przeciwprostokątnej AB trójkąta
0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie
Przyjmijmy oznaczenia:
S – środek ciężkości trójkąta
O – środek przeciwprostokątnej AB trójkąta

$|CS|=\frac{2}{3}|CO|$

W trójkącie prostokątnym $|CO|=\frac{1}{2}|AB|=\frac{1}{2}\sqrt{14}$

$|CS|=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{14}=\frac{\sqrt{14}}{3}$

Zadanie 23. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: VIII.11) przeprowadza dowody geometryczne.

Zasady oceniania
2 pkt – zastosowanie poprawnej metody oraz wykazanie, że w podanym trójkącie prostokątnym ABC prawdziwa jest zależność $|DE|=\frac{3}{4}|AC|$

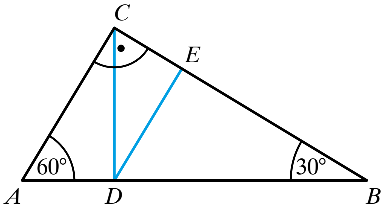
1 pkt – określenie związku zależności między długościami odcinków AC oraz AD: $|AD|=\frac{1}{2}|AC|$

ALBO

– określenie związku zależności między długościami odcinków AC oraz CE: $|CE|=\frac{\sqrt{3}}{4}|AC|$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie



Z treści zadania $|\angle BAC|=60°$, więc $|\angle ABC|=30°$

W trójkącie ABC prawdziwa jest zależność $\sin\angle ABC=\frac{|AC|}{|AB|}$, stąd $\frac{1}{2}=\frac{|AC|}{|AB|}$,

więc $|AB|=2|AC|$

W trójkącie ADC $|\angle DCA|=30°$

$\sin\angle DCA=\frac{|AD|}{|AC|}$, zatem $\frac{1}{2}=\frac{|AD|}{|AC|}$,

więc $|AD|=\frac{1}{2}|AC|$

Zatem $|BD|=|AB|-|AD|=\frac{3|AC|}{2}$

Trójkąt BED jest prostokątny, zatem $\triangle BED\sim\triangle BCA$ (kkk).

Zachodzi zależność: $\frac{|DE|}{|AC|}=\frac{|BD|}{|AB|}$

$\frac{|DE|}{|AC|}=\frac{\frac{3|AC|}{2}}{2|AC|}$, zatem $\frac{|DE|}{|AC|}=\frac{3}{4}$, więc $|DE|=\frac{3}{4}|AC|$

Zadanie 24. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: IX.1) [...] znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje; IX.2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak np. przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej).

Zasady oceniania

3 pkt – zastosowanie poprawnej metody i wyznaczenie współrzędnych punktu $P=(11,-1)$

2 pkt – wyznaczenie równań prostej AB: $y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$ oraz prostej k: $y=-\frac{3}{2}x+\frac{31}{2}$

1 pkt – wyznaczenie równania prostej AB: $y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

ALBO

– wyznaczenie równania prostej k: $y=-\frac{3}{2}x+\frac{31}{2}$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wyznaczamy równanie prostej przechodzącej przez punkty $A=(-1,3)$, $B=(5,1)$

$$\begin{cases}3=-a+b\\1=5a+b\end{cases}$$

Stąd $a=-\frac{1}{3}$, $b=\frac{8}{3}$, więc prosta AB: $y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

Wyznaczamy równanie prostej k równoległej do prostej zawierającej przekątną BD równoległoboku

$$y=-\frac{3}{2}x+b$$

Podstawiamy współrzędne punktu $C=(7,5)$:

$5=-\frac{3}{2}\cdot 7+b$, stąd $b=\frac{31}{2}$, a prosta k ma równanie k: $y=-\frac{3}{2}x+\frac{31}{2}$

Punkt P jest punktem przecięcia prostej k oraz przechodzącej przez punkty A, B, więc rozwiązując układ $\begin{cases}y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}\\y=-\frac{3}{2}x+\frac{31}{2}\end{cases}$, otrzymujemy współrzędne punktu $P=(11,-1)$

Zadanie 25. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: IX.4) posługuje się równaniem okręgu $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 26. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: X.5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

B

Zadanie 27. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: SP(VII-VIII) XI.1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
D

Zadanie 28. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: X.6) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawny wynik: $\frac{8}{27}$
0 pkt – błędne rozwiązanie lub brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie
Dla walca W_1 objętość $V_1 = 288\pi$ oraz promień podstawy $r_1 = 6$, więc $288\pi = \pi \cdot 36 \cdot h_1$ czyli $h_1 = 8$, a $P_1 = 96\pi$
Dla walca W_2, pole powierzchni bocznej $P_2 = 216\pi$
Walec W_2 jest podobny do walca W_1

$$k^2 = \frac{P_1}{P_2} = \frac{96\pi}{216\pi} = \frac{4}{9}$$

$$k = \frac{2}{3}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = k^3 = \frac{8}{27}$$

Zadanie 29. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: XI.1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie
B

Zadanie 30. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: XII.2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 31. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: XII.1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody obliczenia prawdopodobieństwa zdarzenia A i uzyskanie poprawnego wyniku: $P(A)=\frac{14}{42}$

1 pkt – wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych lub obliczenie/podanie liczby tych zdarzeń: $|\Omega|=42$

ALBO

– wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A:
{(11, 13), (11, 16), (12, 15), (13, 11), (13, 14), (13, 17), (14, 13), (14, 16), (15, 12), (16, 11), (16, 14), (16, 17), (17, 13), (17, 16)} i niewypisanie żadnego niewłaściwego lub podanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A: $|A|=14$, o ile nie zostały zliczone błędne pary

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

$|\Omega|=7\cdot 6=42$

$A=${(11, 13), (11, 16), (12, 15), (13, 11), (13, 14), (13, 17), (14, 13), (14, 16), (15, 12), (16, 11), (16, 14), (16, 17), (17, 13), (17, 16)}

$|A|=14$

$P(A)=\frac{14}{42}$

Zadanie 32. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: XIII) rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

Zasady oceniania

4 pkt – zastosowanie poprawnej metody i obliczenie $W\left(\frac{2}{3}\right)=-14\frac{1}{3}$

3 pkt – obliczenie wartości $x=\frac{2}{3}$, dla której funkcja $W(x)$ przyjmuje wartość najmniejszą

2 pkt – zapisanie wyrażenia W w zależności od jednej zmiennej w postaci: $W(x) = 3x^2 - 4x - 13$

1 pkt – zapisanie poprawnie wyrażenia $W = 2y + 3(x-1)^2$ oraz zależności między liczbami x i y: $x - y = 8$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wyrażenie W, które jest sumą podwojonej liczby y oraz potrojonego kwadratu liczby x zmniejszonej o jeden, zapisujemy za pomocą wzoru $W = 2y + 3(x-1)^2$

Wykorzystujemy zależność, że różnica dwóch liczb x i y jest równa 8 oraz $x > y$, więc:

$x - y = 8$, stąd $y = x - 8$

Zatem $W(x) = 2(x-8) + 3(x^2 - 2x + 1) = 3x^2 - 4x - 13$

Korzystając z własności funkcji kwadratowej, obliczamy wartości x, dla której funkcja $W(x)$ przyjmuje wartość najmniejszą: $x = \frac{-(-4)}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$

Obliczamy tę najmniejszą wartość: $W\left(\frac{2}{3}\right) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} - 13 = -14\frac{1}{3}$