KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI

Próbna Matura z OPERONEM

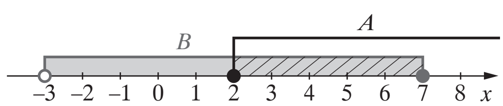
Matematyka

Poziom podstawowy

Listopad 2020

Zadania zamknięte

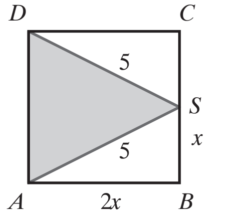
Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	A	$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-5}{2^{-2}-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} = \frac{2-5}{\frac{1}{4}-\frac{9}{4}} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$ $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{3}$
2.	B	 $m = 2$
3.	D	$a = \frac{x}{y}$, $y \neq 0$, $a > 0$ $b = \frac{1{,}2x}{0{,}8y} = \frac{3}{2}a$
4.	C	$\frac{5}{7} = 0{,}(714285)$ – w rozwinięciu dziesiętnym tego ułamka jest 6 cyfr w okresie Ponieważ $100 = 16 \cdot 6 + 4$, więc 100 cyfra będzie taka sama jak 4 cyfra rozwinięcia, czyli cyfra 2.
5.	A	$\left\|8-4\sqrt{5}\right\| - \left(3\sqrt{5}-8\right) = -8+4\sqrt{5}-3\sqrt{5}+8 = \sqrt{5}$
6.	C	$\log 15 = \log(5 \cdot 3) = \log 5 + \log 3 = a + b$
7.	D	$k^2 = \frac{9}{16}$ $k = \frac{3}{4}$ $a = ?$, $a_1 = 12$ cm $\frac{a}{12} = \frac{3}{4}$ $a = 9$ cm

<table>
<tr><th>Numer zadania</th><th>Poprawna odpowiedź</th><th>Wskazówki do rozwiązania zadania</th></tr>
<tr><td>8.</td><td>B</td><td>

I sposób

x – długość połowy boku kwadratu



$x^2+(2x)^2=5^2$

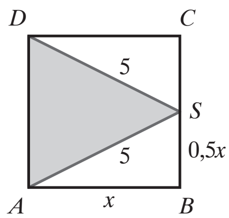
$x=\sqrt{5}$ cm

$AD=2\sqrt{5}$ cm – długość boku kwadratu

Obwód trójkąta ASD: $\left(10+2\sqrt{5}\right)$ cm

II sposób

x – długość boku kwadratu

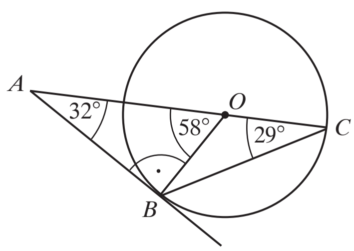


$x^2+(0{,}5x)^2=5^2$

$x=2\sqrt{5}$ cm – długość boku kwadratu

Obwód trójkąta ASD: $\left(10+2\sqrt{5}\right)$ cm

</td></tr>
<tr><td>9.</td><td>D</td><td>



Promień OB jest prostopadły do prostej AB.

$\measuredangle AOB=180^\circ-(90^\circ+32^\circ)$

$\measuredangle AOB=58^\circ$

$\measuredangle ACB=\frac{1}{2}\cdot 58^\circ=29^\circ$

</td></tr>
<tr><td>10.</td><td>B</td><td>

$AB=\sqrt{(1+3)^2+(2-5)^2}$

$AB=\sqrt{25}=5$

Obwód: $4\cdot 5=20$

</td></tr>
<tr><td>11.</td><td>D</td><td>

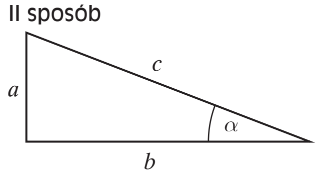
A. $f(x)=-x^2+1$, $ZW_f=(-\infty,\ 1\rangle$

B. $f(x)=x^2-1$, $ZW_f=\langle -1,\ \infty)$

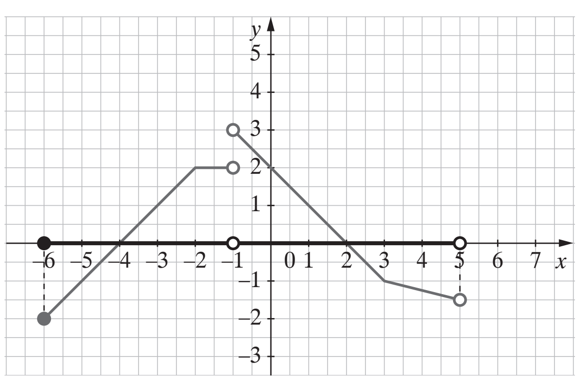
C. $f(x)=-x^2-1$, $ZW_f=(-\infty,\ -1\rangle$

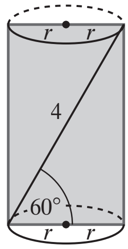
D. $f(x)=x^2+1$, $ZW_f=\langle 1,\ \infty)$

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Numer zadania</th><th>Poprawna odpowiedź</th><th>Wskazówki do rozwiązania zadania</th></tr>
<tr><td>12.</td><td>B</td><td>Prosta będąca wykresem funkcji $f(x) = ax$ przechodzi przez początek układu współrzędnych oraz przez II i IV ćwiartkę układu współrzędnych wówczas, gdy $a < 0$ i $b = 0$. Prosta będąca wykresem funkcji $f(x) = ax + b$ przechodzi tylko przez I, II i IV ćwiartkę układu współrzędnych wówczas, gdy $a < 0$ i $b > 0$.</td></tr>
<tr><td>13.</td><td>C</td><td>$3x\left(x+\frac{2}{3}\right)(2x-5)=0$
Dziedziną równania jest: $x \in R$
Pierwiastkami równania są liczby: $-\frac{2}{3}$, 0 i 2,5
$\frac{2x-5}{3x+2}=0$
Dziedziną równania jest: $x \in R - \left\{-\frac{2}{3}\right\}$
Pierwiastkiem równania jest liczba 2,5.
Wspólnym pierwiastkiem tych równań jest liczba 2,5.</td></tr>
<tr><td>14.</td><td>A</td><td>I sposób
$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{5}$
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
$\cos^2\alpha = 1 - \frac{12}{25}$
$\cos\alpha = \frac{\sqrt{13}}{5}$
$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
$\mathrm{tg}\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{5} : \frac{\sqrt{13}}{5}$
$\mathrm{tg}\alpha = \frac{2\sqrt{39}}{13}$
II sposób


$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{5}$
$a = 2\sqrt{3}$, $c = 5$
$a^2 + b^2 = c^2$
$\left(2\sqrt{3}\right)^2 + b^2 = 5^2$
$b = \sqrt{13}$
$\mathrm{tg}\alpha = \frac{a}{b}$
$\mathrm{tg}\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$
$\mathrm{tg}\alpha = \frac{2\sqrt{39}}{13}$</td></tr>
</table>

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
15.	C	$a_3 = 3$ $a_6 = -24$ $a_6 = a_3 \cdot q^3$ $-24 = 3 \cdot q^3$ $q^3 = -8$ $q = -2$ $a_4 = a_3 \cdot q$; $a_4 = 3 \cdot (-2) = -6$ $a_2 = \frac{a_3}{q}$; $a_2 = -1\frac{1}{2}$ $a_1 = \frac{a_2}{q}$; $a_1 = \frac{3}{4}$ $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \frac{3}{4} + \left(-1\frac{1}{2}\right) + 3 + (-6) = -3\frac{3}{4}$ lub $S_4 = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$ $S_4 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1-(-2)^4}{1-(-2)}$ $S_4 = -\frac{15}{4}$ $S_4 = -3\frac{3}{4}$
16.	B	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$ $a_n = 5 + (n-1) \cdot (-3)$ $a_n = 5 - 3n + 3$ $a_n = 8 - 3n$
17.	D	$32^{10} - 2^{48} \cdot x + 8 \cdot 4^{23} \le \left(64^4\right)^2$ $\left(2^5\right)^{10} - 2^{28} \cdot x + 2^3 \cdot \left(2^2\right)^{23} \le \left(2^6\right)^8$ $2^{50} - 2^{48} \cdot x + 2^{49} \le 2^{48}$ $2^{50} + 2^{49} - 2^{48} \le 2^{48} \cdot x$ $2^{48}\left(2^2 + 2 - 1\right) \le 2^{48} \cdot x \,\vert : 2^{48}$ $x \ge 5$ Największą liczbą naturalną, która nie spełnia tej nierówności, jest liczba 4.
18.	A	 $D_f = \langle -6, 5) \setminus \{-1\}$
19.	C	$2m + 1 = 6 - 3m$ $5m = 5$ $m = 1$

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
20.	D	$x_1 = -2,\ x_2 = 4$ $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ $f(x) = a(x + 2)(x - 4)$ $(0,\ 8) \in f(x)$ $f(0) = 8$ $8 = a(0+2)(0-4)$ $a = -1$ $f(x) = -(x+2)(x-4)$
21.	C	n – liczba zawodników, $n \in N$ $\frac{n(n-1)}{2} = 28$ $n^2 - n = 56$ $n^2 - n - 56 = 0$ $\Delta = 1 + 224 = 225$ $n_1 = \frac{1+15}{2} = 8 \in D$ $n_2 = \frac{1-15}{2} = -7 \notin D$
22.	B	$P = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 45^\circ$ $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot AC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10$ $AC = 4\sqrt{2}$ cm
23.	D	n – liczba wierzchołków podstawy ostrosłupa $n+1$ – liczba wszystkich wierzchołków ostrosłupa $2n$ – liczba wszystkich krawędzi ostrosłupa $n + 1 = 2n - 5$ $n = 6$
24.	C	 $\cos 60^\circ = \frac{2r}{4}$ $\frac{1}{2} = \frac{2r}{4}$ $L = 2\pi r \quad L = 2\pi \cdot 1 = 2\pi$ cm

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
25.	B	Po uporządkowaniu zbioru liczb 1, 8, 2, 8, 4, 8, 6 otrzymujemy: 1, 2, 4, 6, 8, 8, 8. Jest to zbiór o nieparzystej liczbie danych, mediana jest czwartą liczbą tego zbioru i wynosi 6. Po usunięciu jednej liczby otrzymamy zbiór o parzystej liczbie danych. Mediana tego zestawu danych będzie średnią arytmetyczną dwóch środkowych liczb i ma być równa 5. Jeśli usunięto liczbę 1, wówczas środkowymi liczbami są 6 i 8. Średnia tych liczb wynosi 7. Podobnie jest w przypadku usunięcia liczby 2 oraz liczby 4. Jeśli usunięto liczbę 6, wówczas środkowymi liczbami są 4 i 8. Średnia tych liczb wynosi 6. Jeśli usunięto liczbę 8, wówczas środkowymi liczbami są 4 i 6. Średnia tych liczb wynosi 5.

Zadania otwarte

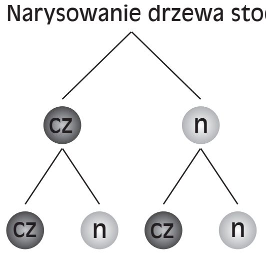
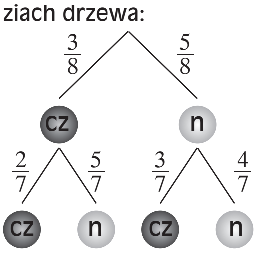
Uwagi ogólne.

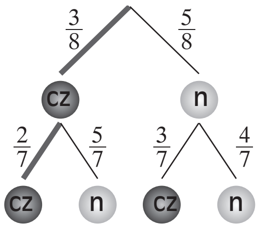
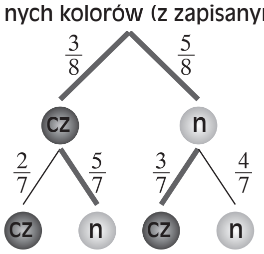
- Jeżeli zdający rozwiąże bezbłędnie zadanie inną metodą nieopisaną w schemacie, ale merytorycznie poprawną, otrzymuje za to rozwiązanie maksymalną liczbę punktów.
- Za błąd rachunkowy zdający traci 1 punkt, jeżeli błąd ten nie spowodował znacznego ułatwienia zadania (wówczas traktujemy go tak, jakby był błędem merytorycznym).
- Jeżeli zdający popełni błąd merytoryczny, otrzymuje punkty tylko za tę część zadania, którą rozwiązał do momentu popełnienia tego błędu, dalsza część nie jest oceniania (więc jeżeli błąd zostanie popełniony na początku, zdający otrzymuje za zadanie 0 punktów).
- Jeżeli zdający źle przepisze dane liczbowe z zadania, ale nie spowoduje to zmiany sensu zadania bądź nie ułatwi rozwiązania, wówczas za całe zadanie traci 1 punkt.
- Jeżeli zdający prawidłowo rozwiąże zadanie, ale podczas zapisywania odpowiedzi źle przepisze rozwiązanie, traktujemy to jako błąd nieuwagi i zdający nie traci za ten błąd punktu.
- Jeżeli punkt ma być przyznany za zapisanie układu kilku równań, to należy pamiętać, że równania te nie muszą być zapisane jedno pod drugim i połączone klamrą, wystarczy, że są zapisane (w różnych miejscach).

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
26.	**Postęp:** Zapisanie warunku $f(4)=0$ w postaci równania: $\frac{5-2m}{2}\cdot 4+2=0$ ALBO Zapisanie warunku $x_0=\frac{-b}{a}$ w postaci równania: $\frac{-2}{\frac{5-2m}{2}}=4$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Poprawne wyznaczenie parametru: $m=3$	2
	UWAGI 1. Zdający nie musi zapisywać warunku $f(4)=0$ ani warunku $x_0=\frac{-b}{a}$. Wystarczy, że poprawnie zapisze równanie wynikające z warunku. 2. Jeżeli zadający poprawnie zapisze tylko warunek $f(4)=0$ lub warunek $x_0=\frac{-b}{a}$ i na tym zakończy zadanie lub błędnie zapisze równanie wynikające z warunku, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	

<table>
<tr><th>Numer zadania</th><th>Modelowe etapy rozwiązywania zadania</th><th>Liczba punktów</th></tr>
<tr><td rowspan="3">27.</td><td>Postęp:
Wyznaczenie współrzędnych punktu $S=(-1,\ 5)$ oraz zapisanie równań: $-1=\frac{0+x_D}{2}$
i $5=\frac{7+y_D}{2}$, gdzie $D=(x_D,\ y_D)$
ALBO
Zapisanie układu równań:
$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4 \\ y=-x+1 \end{cases}$
gdzie $y=\frac{1}{2}x+4$ jest równaniem prostej AD, a $y=-x+4$ równaniem prostej CD</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Rozwiązanie bezbłędne:
Poprawne obliczenie współrzędnych punktu $D=(-2,\ 3)$.</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">UWAGI
1. Jeżeli zdający zapisze równania prostych AB i BC oraz na tym zakończy zadanie, to otrzymuje 0 punktów.
2. Jeżeli zdający zapisze poprawne równania prostych AD i CD oraz na tym zakończy zadanie, to otrzymuje 1 punkt.
3. Jeśli zdający narysuje w układzie współrzędnych równoległobok $ABCD$ i odczyta współrzędne punktu D, to otrzymuje 1 punkt.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">28.</td><td>Postęp:
Otrzymanie wyrażenia postaci: $\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{3}-4\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\cos^2 40^\circ+\cos^2 50^\circ}$
ALBO
Otrzymanie wyrażenia postaci: $\dfrac{\mathrm{tg}30^\circ\cdot\mathrm{tg}60^\circ-4\sin^2 60^\circ}{1}$
ALBO
Otrzymanie wyrażenia postaci: $\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{3}-4\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{1}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Rozwiązanie bezbłędne:
Poprawne podanie w najprostszej postaci wartości wyrażenia: -2</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">UWAGI
1. Jeżeli zdający podstawia w liczniku i w mianowniku wyrażenia przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, to otrzymuje 0 punktów.
2. Jeśli zdający zapisze wyrażenie w postaci $\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{3}-4\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{(0{,}766)^2+(0{,}643)^2}$, to otrzymuje 0 punktów.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">29.</td><td>Postęp:
Zapisanie wyrażenia $2a^2$, gdzie $a=7x+2$ postaci: $2(49x^2+28x+4)$, gdzie $x\in N$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Rozwiązanie bezbłędne:
Zapisanie wyrażenia w postaci: $7(14x^2+8x+1)+1$
ALBO
Zapisanie wyrażenia w postaci: $7b+1$, gdzie $b=(14x^2+8x+1)$, $b\in N$</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">UWAGI
1. Jeżeli zdający zapisze, że $a=7x+2$, i wyrażenie $2a^2$ zostawi w postaci $2(7x+2)^2$, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.
2. Jeżeli zdający nie zapisze, że $x\in N$, ale doprowadzi wyrażenie $2a^2$ do postaci $7(14x^2+8x+1)+1$, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Numer zadania</th><th>Modelowe etapy rozwiązywania zadania</th><th>Liczba punktów</th></tr>
<tr><td rowspan="3">30.</td><td>Postęp:
Poprawne ustalenie pierwiastków równania: $n^2-3n-10=0$
$n_1=-2$ i $n_2=5$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Rozwiązanie bezbłędne:
Udzielenie odpowiedzi, że piąty wyraz ciągu (a_n) jest równy 0.
ALBO
Udzielenie odpowiedzi, że jeden wyraz ciągu (a_n) jest równy 0.</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">UWAGI
1. Jeśli zdający błędnie rozwiąże równanie kwadratowe, to za całe zadnie otrzymuje 0 punktów.
2. Jeśli zdający błędnie zinterpretuje pierwiastki równania kwadratowego, np. odpowie, że dwa wyrazy ciągu (a_n), są równe 0, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">31.</td><td>Postęp:
Poprawne obliczenie długości promienia wycinka koła: r = 3 cm, np. rozwijając równanie $\pi r^2\cdot\frac{24^\circ}{360^\circ}=\frac{3\pi}{5}$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Rozwiązanie bezbłędne:
Poprawne obliczenie długości łuku tego wycinka: $\frac{2\pi}{5}$ cm</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">UWAGI
1. Jeżeli zdający popełni błąd rachunkowy przy obliczeniu długości promienia i dla tej wielkości poprawnie obliczy długość łuku tego wycinka, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt.
2. Jeżeli zdający zapomni zapisać jednostki w zadaniu, to za całe zadanie otrzymuje 2 punkty.</td></tr>
<tr><td>32.</td><td>Postęp:
1. sposób oznaczenia niewiadomych
x – liczba osób, które wzięły udział w wyjeździe
y – kwota, jaką zapłacił każdy z uczestników wyjazdu
Zapisanie poprawnego układu równań opisujących sytuację w zadaniu:
$\begin{cases} xy=3840 \\ (x+4)(y-160)=3840 \end{cases}$
ALBO
2. sposób oznaczenia niewiadomych
x – liczba osób, które planowały wziąć udział w wyjeździe
y – kwota, jaką miał zapłacić każdy z uczestników wyjazdu
Zapisanie poprawnego układu równań opisujących sytuację w zadaniu:
$\begin{cases} xy=3840 \\ (x-4)(y+160)=3840 \end{cases}$
ALBO
3. sposób oznaczenia niewiadomych
x – liczba osób, które wzięły udział w wyjeździe
Zapisanie poprawnego równania opisującego sytuację w zadaniu:
$\frac{3840}{x}=\frac{3840}{x+4}+160$
ALBO
4. sposób oznaczenia niewiadomej
x – kwota, jaką zapłacił każdy z uczestników wyjazdu
Zapisanie poprawnego równania opisującego sytuację w zadaniu:
$\frac{3840}{x}=\frac{3840}{x-160}-4$</td><td>1</td></tr>
</table>

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Istotny postęp: Przekształcenie układu równań do postaci, w której jedno równanie jest kwadratowe, na przykład: 1. i 3. sposób oznaczenia niewiadomej $x^2+4x-96=0$ 2. sposób oznaczenia niewiadomej $x^2-4x-96=0$ 4. sposób oznaczenia niewiadomej $x^2-160x-153600=0$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Poprawne wyznaczenie liczby osób, które wzięły udział w wyjeździe: 8 osób ALBO Poprawne wyznaczenie kwoty, jaką zapłacił każdy z uczestników wyjazdu: 480 zł ALBO Poprawne wyznaczenie liczby osób, które planowały wziąć udział w wyjeździe (12 osób), i kwoty, jaką wówczas zapłaciłby każdy z uczestników (320 zł) – sposób 2. oznaczenia niewiadomych	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Poprawne wyznaczenie liczby osób, które wzięły udział w wyjeździe: 8 osób i poprawne wyznaczenie kwoty, jaką zapłacił każdy z uczestników wyjazdu: 480 zł	4
	UWAGA Jeżeli zdający nie odrzuci ujemnych rozwiązań równania kwadratowego i na tym zakończy rozwiązanie zadania, to za całe zadanie otrzymuje 2 punkty.	
33.	**Postęp:** Narysowanie drzewa stochastycznego:  ALBO Obliczenie liczby wszystkich możliwych wyników doświadczenia polegającego na dwukrotnym losowaniu bez zwracania po jednej kuli z urny, w której jest 8 kul: $\|\Omega\|=8\cdot 7=56$	1
	Istotny postęp: Narysowanie drzewa stochastycznego i zapisanie prawdopodobieństwa na gałęziach drzewa:  	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	ALBO Zaznaczenie gałęzi drzewa sprzyjających doświadczeniu *A* – wylosowaniu dwóch kul czerwonych (z zapisanym prawdopodobieństwem przy wszystkich gałęziach drzewa)  ALBO Zaznaczenie gałęzi drzewa sprzyjających doświadczeniu *B* – wylosowaniu dwóch kul różnych kolorów (z zapisanym prawdopodobieństwem przy wszystkich gałęziach drzewa):  ALBO Obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu *A:* $\lvert A\rvert = 3\cdot 2 = 6$ ALBO Obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu *B:* $\lvert B\rvert = 3\cdot 5\cdot 2 = 30$	
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia *A* – wylosowanie dwóch kul czerwonych: $P(A) = \frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7} = \frac{3}{28}$ ALBO Obliczenie prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia *B* – wylosowanie dwóch kul różnych kolorów: $P(B) = \frac{3}{8}\cdot\frac{5}{7} + \frac{5}{8}\cdot\frac{3}{7} = \frac{15}{28}$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia *A*: $P(A) = \frac{3}{28}$ oraz prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia *B*: $P(B) = \frac{15}{28}$	4
	UWAGA Zdający nie musi zaznaczać na drzewie stochastycznym gałęzi sprzyjających zdarzeniu *A* lub zdarzeniu *B*. Jeśli poprawnie obliczy prawdopodobieństwo jednego ze zdarzeń bez zaznaczenia gałęzi, to otrzymuje 3 punkty.	

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
34.	**Postęp:** a, b, c – długości krawędzi prostopadłościanu, kolejne wyrazy niemalejącego ciągu geometrycznego $a, b, c \in N$ $a \leq b \leq c$ q – jest liczbą pierwszą Zapisanie równości wynikającej ze wzoru na objętość prostopadłościanu: $abc = 216$ ALBO Zapisanie zależności pomiędzy trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego: $b^2 = ac$ ALBO Zapisanie równości wynikającej ze wzoru na objętość prostopadłościanu z wykorzystaniem zależności pomiędzy kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego (a, $b = aq$ i $c = aq^2$): $(aq)^3 = 216$	1
	Istotny postęp: Wyznaczenie długości krawędzi b prostopadłościanu (drugiego wyrazu ciągu geometrycznego): $b = 6$ ALBO Wyznaczenie drugiego wyrazu ciągu geometrycznego: $aq = 6$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie warunków: $b = 6$ i $ac = 36$ oraz wyznaczenie co najmniej trzech trójek (spośród następujących) liczb naturalnych a, b i c takich, że $a \leq b \leq c$ (niemalejący ciąg geometryczny): $a = 1, b = 6, c = 36$ $a = 2, b = 6, c = 18$ $a = 3, b = 6, c = 12$ $a = 4, b = 6, c = 9$ $a = 6, b = 6, c = 6$ ALBO Po obliczeniu drugiego wyrazu ciągu geometrycznego $aq = 6$, gdzie q jest liczbą pierwszą oraz $a \in N$, wyznaczenie wszystkich par liczb naturalnych a i q spełniających te warunki: $a = 2, q = 3$ $a = 3, q = 2$	3
	Rozwiązanie prawie pełne: Wyznaczenie długości krawędzi dwóch prostopadłościanów spełniających warunki zadania: 1. $a = 2$, $b = 6$, $c = 18$, ponieważ $q = 3$ 2. $a = 3$, $b = 6$, $c = 12$, ponieważ $q = 2$ ALBO Wyznaczenie długości krawędzi jednego z prostopadłościanów oraz wyznaczenie długości przekątnej tego prostopadłościanu: 1. $a = 2$, $b = 6$, $c = 18$, $d = 2\sqrt{91}$ lub 2. $a = 3$, $b = 6$, $c = 12$, $d = 3\sqrt{21}$	4

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Rozwiązanie bezbłędne: Wyznaczenie długości krawędzi dwóch prostopadłościanów spełniających warunki zadania: 1. $a = 2$, $b = 6$, $c = 18$ 2. $a = 3$, $b = 6$, $c = 12$ oraz długości przekątnej każdego z prostopadłościanów 1. $d = 2\sqrt{91}$ 2. $d = 3\sqrt{21}$	5
	UWAGI 1. Rysunek w zadaniu nie jest wymagany, więc wszelkie błędy na rysunku, o ile nie zostaną przez zdającego wykorzystane w rozwiązaniu zadania, nie mogą być podstawą do obniżenia punktacji. 2. Zdający nie musi od razu zapisywać warunków $a, b, c \in N$ $a \leq b \leq c$ oraz q – liczba pierwsza, jednak powinien wyjaśnić, dlaczego tylko dwa prostopadłościany spełniają warunki zadania. 3. Jeśli uczeń zapisze równość $abc = 216$ oraz poda co najmniej trzy trójki liczb naturalnych (spośród poniżej podanych) spełniających ten warunek i tworzących niemalejący ciąg geometryczny (1, 6, 36 lub 2, 6, 18 lub 3, 6, 12 lub 4, 6, 9 lub 6, 6, 6) i na tym zakończy zadanie, otrzymuje 2 punkty. 4. Jeśli uczeń rozwiąże zadanie według uwagi 3, następnie dla każdej trójki liczb obliczy iloraz ciągu geometrycznego i na tym zakończy zadanie, otrzymuje 3 punkty. 5. Jeśli uczeń zapisze równość $abc = 216$ oraz poda właściwe dwie trójki liczb naturalnych spełniających ten warunek ($a = 2$, $b = 6$, $c = 18$ lub $a = 3$, $b = 6$, $c = 12$), które tworzą niemalejący ciąg geometryczny i uzasadni, że tylko one mają iloraz będący liczbą pierwszą i na tym zakończy zadanie, otrzymuje 4 punkty. 6. Jeśli uczeń rozwiąże zadanie według uwagi 5 i prawidłowo obliczy długości przekątnych dla dwóch prostopadłościanów, otrzymuje 5 punktów. 7. Jeśli zdający będzie podawał trójki liczb naturalnych, spełniające warunek $abc = 216$, ale które nie tworzą ciągu geometrycznego, np. 2, 3, 36 lub 2, 9, 12, i dla nich obliczy długość przekątnej, to otrzymuje 0 punktów.	