

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

LISTOPAD
2018

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–34.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–24.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (25.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–24. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wynikiem działania $49^{-6} : 7^{-15}$ jest:

- A. 7^{-21} B. 7^3 C. 7^8 D. 7^{-27}

Zadanie 2. (0–1)

Wyrażenie $\log_3(\log 30 - \log 3)$ jest równe:

- A. $\log_3 10$ B. 0 C. 1 D. 3

Zadanie 3. (0–1)

Liczbą odwrotną do liczby $\frac{\sqrt{6}-3}{3}$ jest:

- A. $\frac{3-\sqrt{6}}{3}$ B. $-\sqrt{6}-3$ C. $3+\sqrt{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}+3}{5}$

Zadanie 4. (0–1)

Urząd skarbowy został zobowiązany do zwrotu podatku w wysokości 235,40 zł. Kwotę tę zaokrąglono do pełnych dziesiątek złotych. Błąd względny tego zaokrąglenia wyrażony w procentach wyniósł około:

- A. 0,04% B. 1,95% C. 1,92% D. 2,29%

Zadanie 5. (0–1)

Liczba $2 - 2(\sqrt{3} - 1)^2$:

- A. należy do przedziału $(1; +\infty)$
B. jest ujemna
C. jest równa 0
D. należy do przedziału $(0; 1)$

Zadanie 6. (0–1)

Nierówność $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}x < \frac{1}{6}$ jest równoważna nierówności:

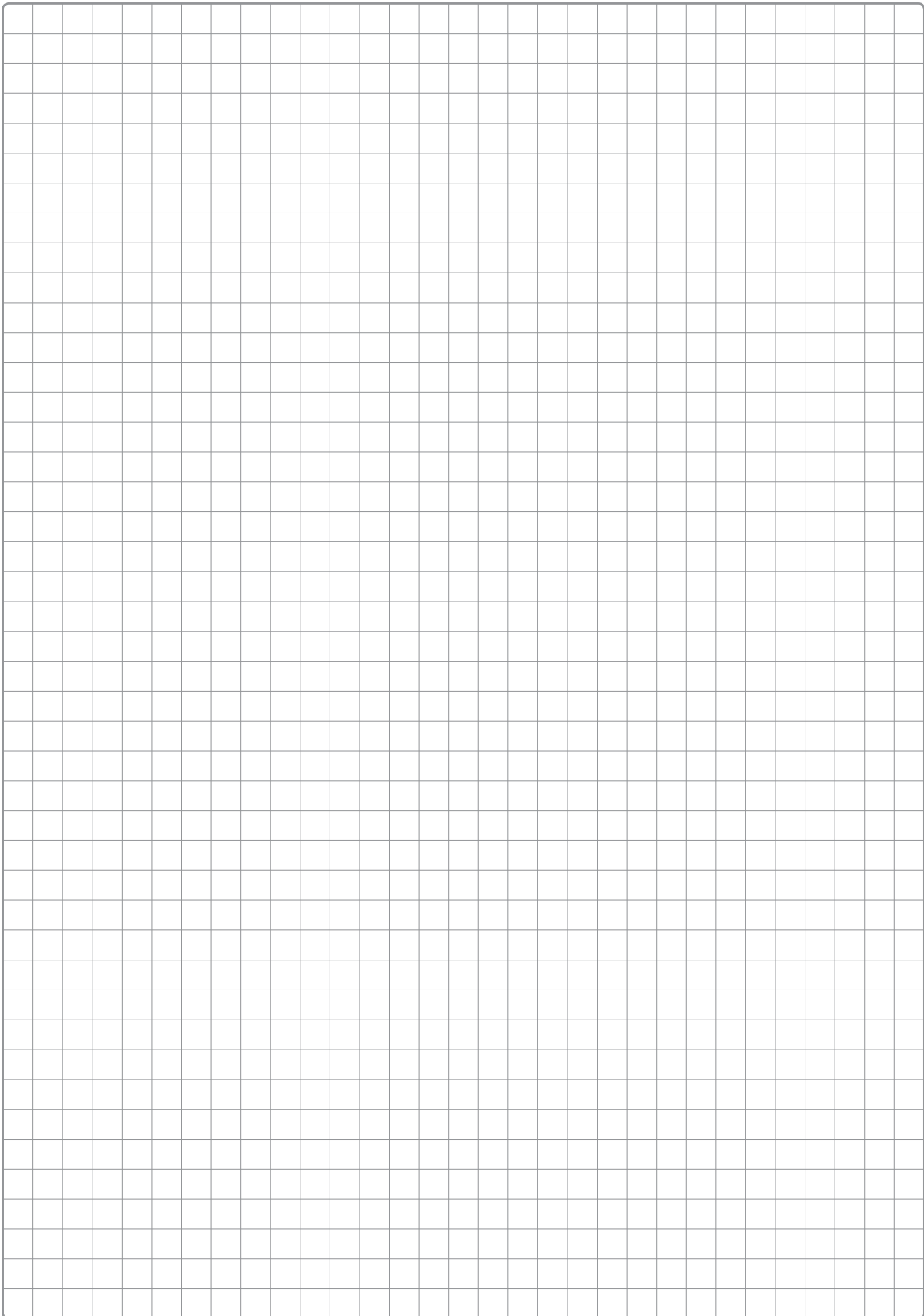
- A. $x > \frac{1}{3}$ B. $x < \frac{1}{3}$ C. $x > 3$ D. $x < 3$

Zadanie 7. (0–1)

Liczba różnych rozwiązań równania $\frac{3x(x^2-9)}{x-3} = 0$ wynosi:

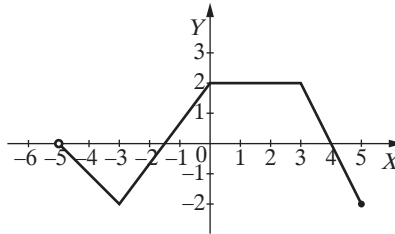
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres pewnej funkcji f . Maksymalny przedział, w którym funkcja f jest rosnąca, to:



- A. $\langle -2; 0 \rangle$ B. $\langle -2; 2 \rangle$ C. $\langle -3; 2 \rangle$ D. $\langle -3; 0 \rangle$

Zadanie 9. (0–1)

Wykres funkcji liniowej $f(x) = \frac{8-3x}{2}$ przecina osie układu współrzędnych w punktach A i B .

Pole trójkąta ABO , w którym punkt O jest początkiem układu współrzędnych, wynosi:

- A. $10\frac{2}{3}$ B. $5\frac{1}{3}$ C. $21\frac{1}{3}$ D. $7\frac{1}{2}$

Zadanie 10. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -(x+7)(x-3)$ jest:

- A. $(-\infty; 25)$ B. $(-\infty; -2)$ C. $\langle 25; +\infty \rangle$ D. $\left(-\infty; 2\frac{1}{2}\right)$

Zadanie 11. (0–1)

Wykres funkcji $f(x) = -3^x$ przesunięto równoległe wzdłuż osi OX o dwie jednostki w prawo i otrzymano wykres funkcji $y = g(x)$. Wówczas:

- A. $g(x) = -3^x + 2$ B. $g(x) = -3^{x+2}$ C. $g(x) = -3^x - 2$ D. $g(x) = -3^{x-2}$

Zadanie 12. (0–1)

Dodatnich wyrazów ciągu określonego wzorem $a_n = -2n + 2018$ dla $n \geq 1$ jest:

- A. nieskończenie wiele B. 1009 C. 1008 D. 2016

Zadanie 13. (0–1)

Sumę n początkowych wyrazów ciągu $(4, 6, 9, \dots)$ można obliczyć ze wzoru:

- A. $n(n+3)$ B. $\frac{3n+5}{2} \cdot n$ C. $8 \left[\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1 \right]$ D. $2 \left[\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1 \right]$

Zadanie 14. (0–1)

W pewnym ciągu arytmetycznym suma dwóch pierwszych wyrazów jest równa $5\frac{1}{2}$, a suma trzech pierwszych wyrazów jest równa 12. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy:

- A. $1\frac{1}{2}$ B. $4\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 15. (0–1)

Dla pewnego kąta wypukłego α mamy $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Kąt α ma miarę:

- A. 210° B. 60° C. 90° D. 120°

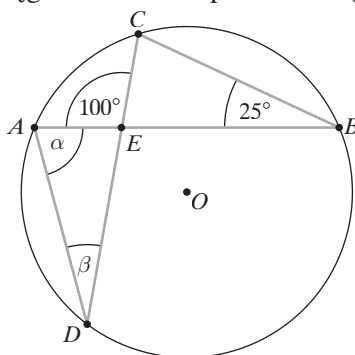
Zadanie 16. (0–1)

Wysokość rombu jest równa 12, a jego pole jest równe 180. Sinus kąta ostrego rombu wynosi:

- A. 0,4 B. 0,6 C. 0,75 D. 0,8

Zadanie 17. (0–1)

Punkty A , B , C i D należą do okręgu o środku w punkcie O (patrz rys.). Suma $\alpha + \beta$ wynosi:



- A. 125° B. 120° C. 100° D. 90°

Zadanie 18. (0–1)

Obserwowana w laboratorium populacja bakterii podwaja swoją liczebność co 20 minut. Początkowa liczba bakterii wynosiła K sztuk. Oznacza to, że po upływie n godzin liczebność populacji wyniesie:

- A. $K \cdot 2^{3n}$ B. $K \cdot 6^n$ C. K^{3n} D. $K \cdot 3n$

Zadanie 19. (0–1)

Przeciwległe wierzchołki kwadratu mają współrzędne $A = (1, -3)$ i $C = (-5, 3)$. Bok kwadratu ma długość:

- A. 12 B. $6\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. 6

Zadanie 20. (0–1)

Ilość wszystkich liczb czterocyfrowych, w których cyfry się nie powtarzają, wynosi:

- A. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ B. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ C. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ D. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$

Zadanie 21. (0–1)

Rzucono trzy razy monetą symetryczną. Prawdopodobieństwo uzyskania jednej reszki wynosi:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 22. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu liczb 5, 8, 1, 3, x , 8 wynosi 6. Mediana tego zestawu jest równa:

A. 2

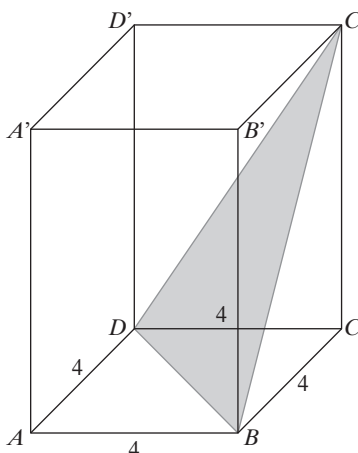
B. $6\frac{1}{2}$

C. 4

D. 8

Zadanie 23. (0–1)

Na rysunku przedstawiono graniastosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy równej 4. Graniastosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną BD podstawy i wierzchołek C' . Otrzymany przekrój jest trójkątem, którego wysokość poprowadzona z wierzchołka C' jest równa 12. Wysokość graniastosłupa jest równa:



A. $2\sqrt{35}$

B. $4\sqrt{7}$

C. $2\sqrt{34}$

D. $8\sqrt{2}$

Zadanie 24. (0–1)

Kula o promieniu 6 cm i walec o wysokości równej 4,5 cm mają równe objętości. Średnica podstawy walca ma długość:

A. 8 cm

B. $8\sqrt{2}$ cm

C. 16 cm

D. 20 cm

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 27. (0–2)

Wykaż, że jeżeli liczby a i b są kolejnymi liczbami naturalnymi, to liczba $\left(a + \frac{1}{2}b\right)^2 - \left(a - \frac{1}{2}b\right)^2$ jest podzielna przez 4.



Zadanie 28. (0–2)

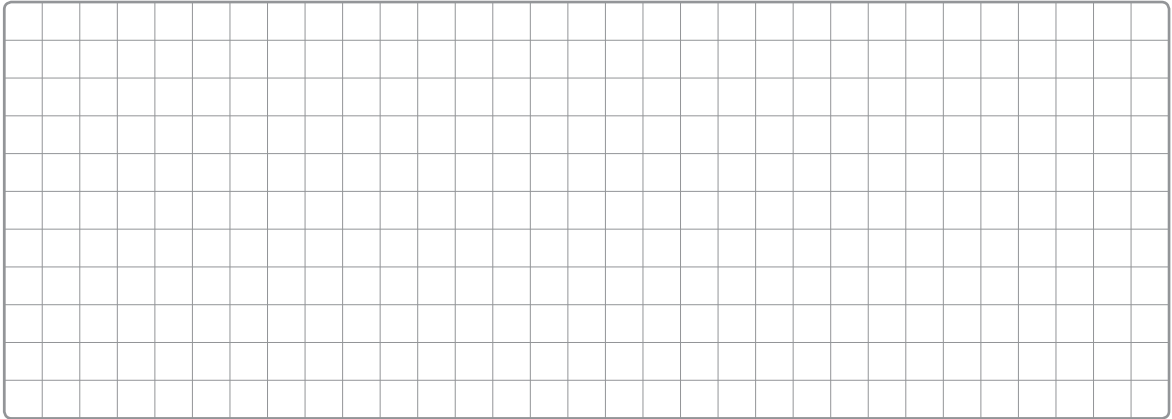
Wiedząc, że kąt α jest rozwarty oraz $\sin^2\alpha = \frac{9}{25}$, oblicz $\operatorname{tg}\alpha$.



Odpowiedź:

Zadanie 29. (0–2)

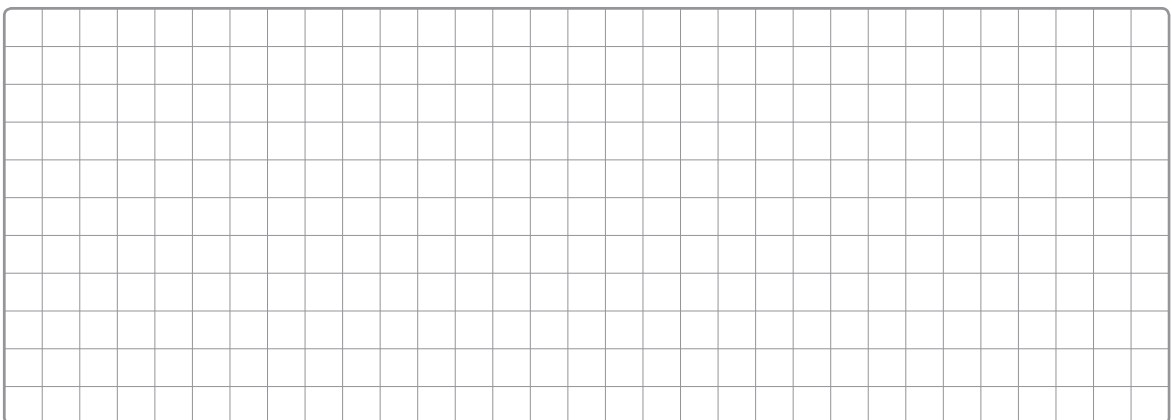
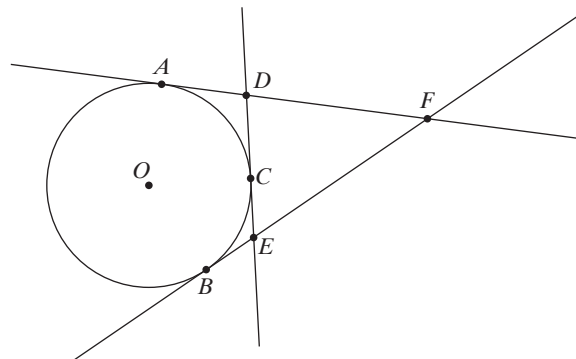
Dana jest funkcja $f(x) = -3x^2 + bx + c$ dla $x \in \mathbf{R}$. Prosta o równaniu $x = 2$ jest osią symetrii paraboli będącej jej wykresem, a zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-\infty; 21)$. Wyznacz współczynniki b i c .



Odpowiedź:

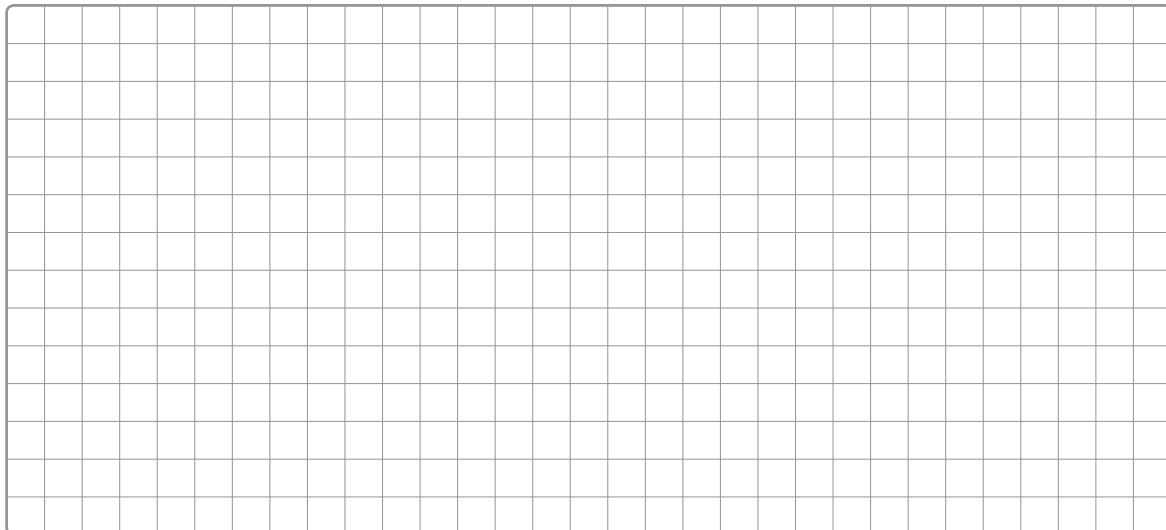
Zadanie 30. (0–2)

Do okręgu o środku w punkcie O poprowadzono z trzech punktów A, B i C leżących na okręgu styczne, które przecięły się w punktach D, E i F (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli $|AF| = x$, to obwód trójkąta DEF jest równy $2x$.



Zadanie 31. (0–2)

Spośród wszystkich wierzchołków sześciokąta foremnego o krawędzi 1 losujemy dowolne dwa. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wylosowane wierzchołki utworzą odcinek, którego długość jest liczbą niewymierną.



Odpowiedź:

Zadanie 32. (0–3)

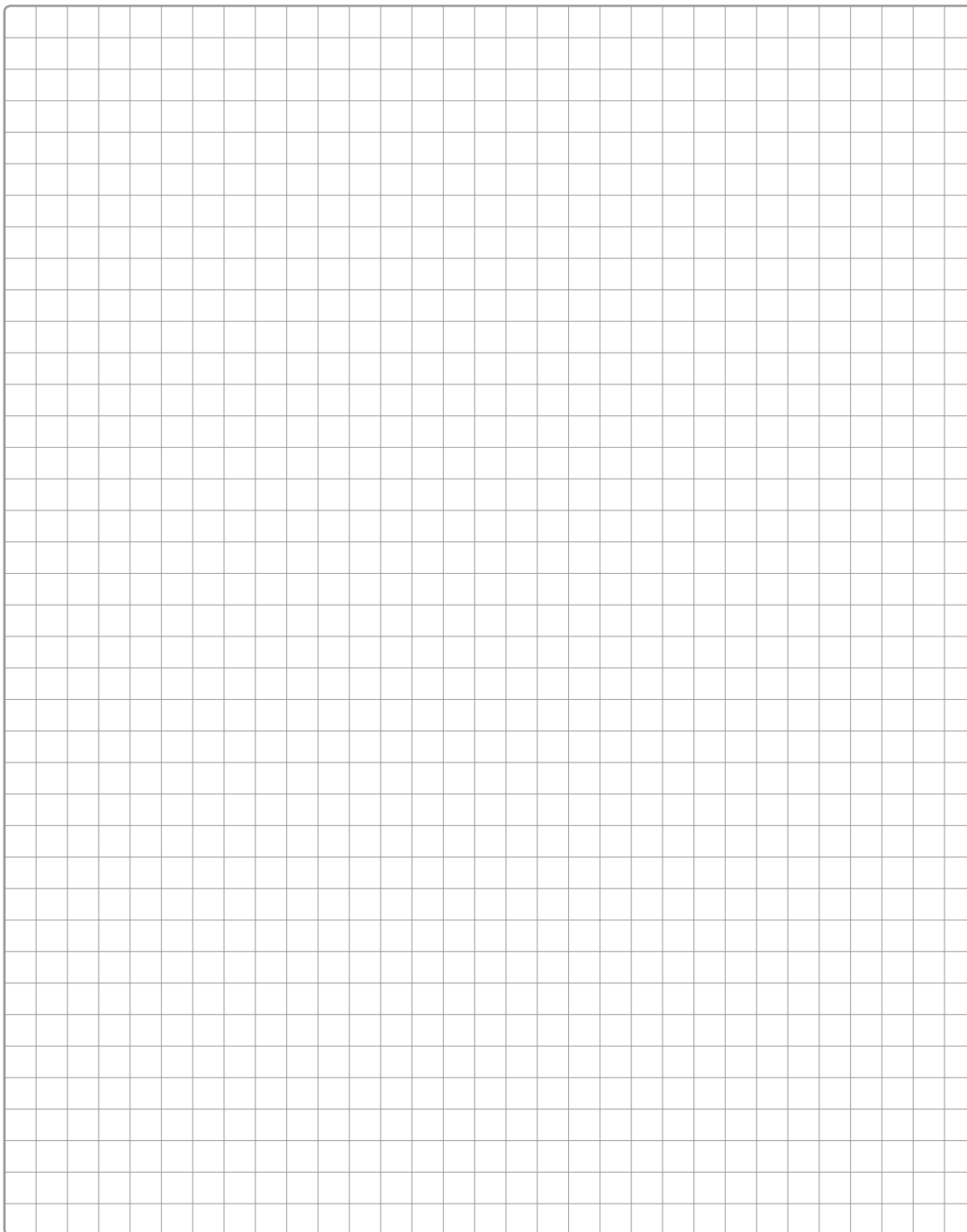
Dany jest skończony, pięciowyrazowy ciąg $(4a - 5; a; b; b + 2; 9)$. Trzy pierwsze wyrazy tego ciągu są trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, a trzy ostatnie są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Oblicz a i b .



Odpowiedź:

Zadanie 33. (0–4)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $A = (-9, 8)$. Bok BC tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $y = -2x + 38$. Prosta zawierająca wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka B ma równanie $3x + 2y - 61 = 0$. Wyznacz współrzędne wierzchołków B i C oraz napisz równanie prostej zawierającej wysokość trójkąta poprowadzoną z wierzchołka C .



Odpowiedź:

Zadanie 34. (0–5)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna jest trzy razy dłuższa od wysokości ostrosłupa. Krawędź podstawy ma długość 12. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 30 columns and 40 rows of small squares. The grid is intended for rough work (brudnopis) during the exam.