WPISUJE ZDAJĄCY

KOD	IMIĘ I NAZWISKO *

* nieobowiązkowe

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ

MATEMATYKA – POZIOM PODSTAWOWY

dysleksja

STYCZEŃ 2016

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **24** strony (zadania **1–33**) i kartę odpowiedzi. Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie i na karcie odpowiedzi wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
9. Odpowiedzi do zadań zamkniętych przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

Czas pracy: 170 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

W zadaniach od 1. do 23. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)
Liczba 60 jest przybliżeniem z niedomiarem liczby x. Błąd względny tego przybliżenia to 4%. Liczba x jest równa

A. 57,69 **B.** 57,6 **C.** 60,04 **D.** 62,5

Zadanie 2. (0–1)
Dla liczb $a = 2\sqrt{2}$ i $b = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$ wyrażenie $\frac{a}{b^2}$ jest równe

A. $2\sqrt{2} - 2$ **B.** 2 **C.** $2(\sqrt{2} + 1)$ **D.** $4(2 + \sqrt{2})$

Zadanie 3. (0–1)
Cenę towaru podwyższono o 20%. O ile procent należy obniżyć nową cenę towaru, aby po obniżce stanowiła ona 90% ceny przed zmianami?

A. o 10% **B.** o 15% **C.** o 25% **D.** o 30%

Zadanie 4. (0–1)
Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \log(n + 1)$ dla $n \geqslant 1$. Liczba $\frac{3a_3 - a_7}{a_1}$ jest równa

A. $\log 4$ **B.** $\log 6$ **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 5. (0–1)
Iloraz liczby $8^{10} - 4^{14}$ przez liczbę $6\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{4}$ jest równy

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** 2^{26} **D.** 2^{30}

Zadanie 6. (0–1)
Równanie $\frac{8 - 2x^2}{x + 2} = x + 2$ ma dokładnie

A. dwa rozwiązania: $x_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $x_2 = -\frac{2}{\sqrt{3}}$.

B. dwa rozwiązania: $x = \frac{2}{3}$, $x = -2$.

C. jedno rozwiązanie: $x = 2$.

D. jedno rozwiązanie: $x = \frac{2}{3}$.

BRUDNOPIS

Zadanie 7. (0–1)

Liczba 4 spełnia nierówność $a^2x - 16 < 0$ z niewiadomą x wtedy i tylko wtedy, gdy

A. $a \in (-2, 2)$

B. $a \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

C. $a \in \{-2, 2\}$

D. $a \in (-\infty, 2)$

Zadanie 8. (0–1)

Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej n największy wspólny dzielnik liczb n oraz $n + 10$. Największa wartość funkcji f jest równa

A. 2 **B.** 5 **C.** 10 **D.** 20

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja liniowa $f(x) = -2x + b$ przyjmuje wartości dodatnie dla wszystkich $x < 2$ i tylko dla takich. Wynika stąd, że współczynnik b jest równy

A. 4 **B.** 2 **C.** 0 **D.** -4

Zadanie 10. (0–1)

Prostą o równaniu $y = \frac{1}{2}x + 1$ przesunięto wzdłuż osi Ox o cztery jednostki w prawo. Otrzymano prostą o równaniu

A. $y = \frac{1}{2}x - 3$ **B.** $y = \frac{1}{2}x - 1$ **C.** $y = \frac{1}{2}x + 3$ **D.** $y = \frac{1}{2}x + 5$

Zadanie 11. (0–1)

Wykres funkcji kwadratowej $f(x) = -(x + 1)^2 + 5$ przekształcono symetrycznie względem osi Oy i otrzymano wykres funkcji g. Wskaż równanie prostej, która jest osią symetrii wykresu funkcji g.

A. $x = 1$ **B.** $x = -1$ **C.** $y = 5$ **D.** $y = 1$

Zadanie 12. (0–1)

Pan Krzysztof pokonuje trasę Warszawa–Kraków w czasie t ze średnią prędkością v. Aby skrócić czas podróży o 20%, pan Krzysztof musi średnią prędkość

A. zwiększyć o 25%.

B. zwiększyć o 20%.

C. zmniejszyć o 20%.

D. zmniejszyć o 25%.

BRUDNOPIS

Zadanie 13. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{3}{4}n^2 - 24n + 90$ dla $n \geqslant 1$. Najmniejszy wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 90 **B.** $66\frac{3}{4}$ **C.** -102 **D.** -124

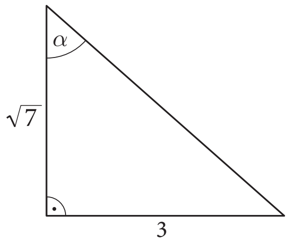
Zadanie 14. (0–1)

Dla pewnego kąta ostrego α trzywyrazowy ciąg $\left(2\sin^2\alpha, \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\alpha, 2\cos^2\alpha\right)$ jest arytmetyczny. Miara kąta α jest równa

A. $75°$ **B.** $60°$ **C.** $45°$ **D.** $30°$

Zadanie 15. (0–1)

Kąt α jest kątem ostrym w trójkącie prostokątnym przedstawionym na rysunku.

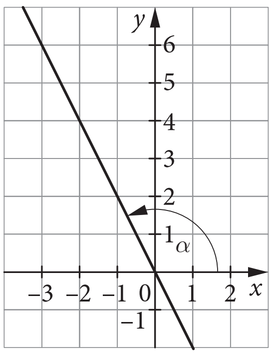


Liczba $4^{\sin\alpha}$ jest równa

A. $\sqrt{2^{\sqrt{7}}}$ **B.** $2\sqrt{2}$ **C.** $4^{\frac{3}{\sqrt{7}}}$ **D.** $4\sqrt[3]{4}$

Zadanie 16. (0–1)

Prosta o równaniu $y = -2x$ tworzy z osią Ox kąt rozwarty α (zobacz rysunek poniżej).



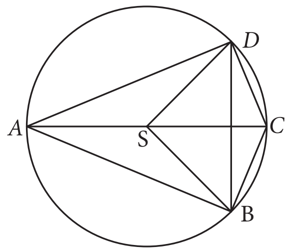
Cosinus kąta α jest równy

A. -2 **B.** $-\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **D.** $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

BRUDNOPIS

Zadanie 17. (0–1)

W okrąg o środku S wpisano deltoid $ABCD$ (zobacz rysunek poniżej). Krótsza przekątna deltoidu ma długość 4, a jego najmniejszy kąt wewnętrzny ma miarę 45°.



Pole deltoidu jest równe

A. $16\sqrt{2}$ **B.** 16 **C.** 12 **D.** $8\sqrt{2}$

Zadanie 18. (0–1)

Dwa okręgi: pierwszy o środku $O_1 = (-2, 4)$ i promieniu $r_1 = 4$ oraz drugi o środku $O_2 = (6, 0)$, są styczne zewnętrznie. Promień drugiego okręgu jest równy

A. 4

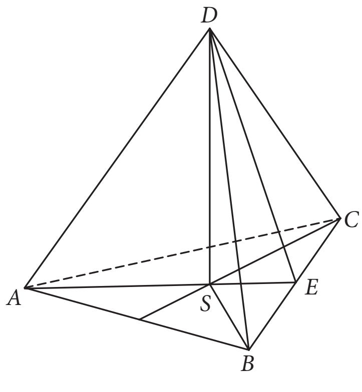
B. $4(\sqrt{5} - 1)$

C. $2\sqrt{5}$

D. 5

Zadanie 19. (0–1)

Rysunek przedstawia ostrosłup prawidłowy trójkątny.



Kąt między ścianą boczną a płaszczyzną podstawy ostrosłupa to

A. $\sphericalangle DES$ **B.** $\sphericalangle DCE$ **C.** $\sphericalangle DCS$ **D.** $\sphericalangle DEB$

Zadanie 20. (0–1)

Pole powierzchni bocznej walca jest 5 razy większe od sumy pól jego podstaw. Miara kąta nachylenia przekątnej przekroju osiowego tego walca do podstawy jest w przybliżeniu równa

A. 79° **B.** 68° **C.** 51° **D.** 22°

BRUDNOPIS

Zadanie 21. (0–1)

Laura ma pięć płyt z muzyką taneczną i trzy z muzyką poważną. Na ile sposobów Laura może tak ustawić poszczególne płyty na półce, aby wszystkie płyty tego samego gatunku znalazły się obok siebie? Wskaż poprawny sposób obliczeń.

A. $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

B. $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1$

C. $2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

D. $2 \cdot 5^5 \cdot 3^3$

Zadanie 22. (0–1)

W tabeli podano oceny z matematyki czterech uczniów pewnej klasy.

Uczeń	Oceny
Ada	4, 4, 4, 5, 5
Basia	3, 3, 3, 4, 4
Czarek	1, 1, 2, 2, 2
Darek	1, 1, 5, 5, 5

Oceny którego ucznia wykazują największe odchylenie standardowe?

A. Ady **B.** Basi **C.** Czarka **D.** Darka

Zadanie 23. (0–1)

W urnie jest o 10 kul białych więcej niż czarnych. Z urny losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe $\frac{3}{4}$. Ile wszystkich kul jest w urnie?

A. 15 **B.** 20 **C.** 30 **D.** 40

BRUDNOPIS

Zadanie 24. (0–2)

Wyznacz zbiór wszystkich argumentów x, dla których funkcja kwadratowa $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$ przyjmuje większe wartości niż funkcja liniowa $g(x) = -x + 2$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 25. (0–2)

Dla jakich wartości m równanie $x(3x-6)(x^3+27)(x+m)=0$ z niewiadomą x ma trzy różne rozwiązania?

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	24	25
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 26. (0–2)

Ustalono, że w pewnym jeziorze populacja zagrożonego gatunku ryb maleje każdego roku o 30%, a na początku badań wynosiła 50 tys. sztuk. Podaj wzór funkcji wyrażającej liczebność tej populacji po upływie t lat i oblicz, ile ryb zagrożonego gatunku było w jeziorze po trzech latach od chwili rozpoczęcia badań.

Odpowiedź: ....

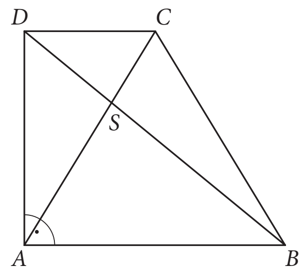
Zadanie 27. (0–2)

Udowodnij, że różnica kwadratów dowolnej liczby pierwszej $p > 2$ i liczby o dwa od niej mniejszej jest podzielna przez 8.

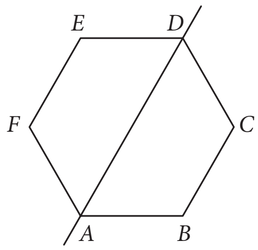
Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	26	27
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 28. (0–2)

W trapezie prostokątnym $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$ i $|AB| = 2|CD|$, poprowadzono przekątne AC i BD, przecinające się w punkcie S. Udowodnij, że odległość punktu S od ramienia AD, prostopadłego do podstaw, jest trzy razy mniejsza niż długość podstawy AB.



Zadanie 29. (0–2)
Punkty $A=(-2\sqrt{3},0)$, $B=(0,0)$, $C=(\sqrt{3},3)$ są kolejnymi wierzchołkami sześciokąta foremnego *ABCDEF*. Wyznacz równanie prostej zawierającej przekątną *AD* tego sześciokąta.

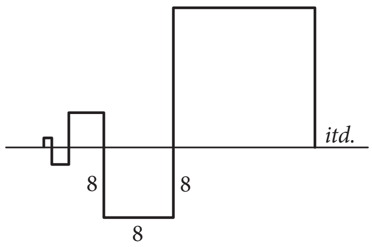


Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	28	29
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 30. (0–2)

Na rysunku pokazano ciąg kwadratów. Każdy następny kwadrat ma z poprzednim wspólny tylko jeden wierzchołek i dwa razy większą niż on długość boku. Wiedząc, że czwarty kwadrat ma bok długości 8, oblicz długość łamanej narysowanej pogrubioną linią, ograniczającą kwadraty od pierwszego do dziesiątego.



Odpowiedź: ....

Zadanie 31. (0–4)

W koszyku jest pięć kul o numerach 1, 2, 3, 6, 9. Losujemy kolejno bez zwracania trzy kule i zapisujemy ich numery, tworząc liczbę trzycyfrową: numer pierwszej wylosowanej kuli jest cyfrą setek, drugiej – cyfrą dziesiątek, a trzeciej – cyfrą jedności zapisanej liczby. Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymamy liczbę podzielną przez 3. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	30	31
	Maks. liczba pkt	2	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 32. (0–4)

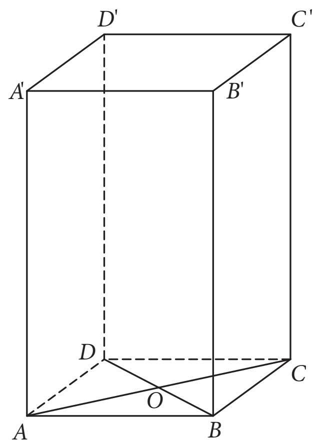
W trójkącie prostokątnym ABC punkty $A = (-4, 1)$ i $B = (7, -2)$ są końcami przeciwprostokątnej. Prosta o równaniu $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ zawiera jedną z przyprostokątnych tego trójkąta. Oblicz długość środkowej BS w trójkącie ABC.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	32
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 33. (0–5)

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym (zobacz rysunek poniżej) punkt O jest punktem przecięcia przekątnych podstawy dolnej, a odcinek OC' jest o 4 dłuższy od przekątnej podstawy. Graniastosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną BD podstawy dolnej i wierzchołek C' podstawy górnej. Pole figury otrzymanej w wyniku przekroju jest równe 48. Zaznacz tę figurę na rysunku poniżej i oblicz objętość graniastosłupa.



Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	33
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

IMIĘ I NAZWISKO *

* nieobowiązkowe

KARTA ODPOWIEDZI

Nr zad.	Odpowiedzi			
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	C
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D
11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D
16	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19	A	B	C	D
20	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia ucznia do:
☐ dostosowania kryteriów oceniania.
☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

WYPEŁNIA SPRAWDZAJĄCY

Nr zad.	Punkty					
	0	1	2	3	4	5
24	☐	☐	☐			
25	☐	☐	☐			
26	☐	☐	☐			
27	☐	☐	☐			
28	☐	☐	☐			
29	☐	☐	☐			
30	☐	☐	☐			
31	☐	☐	☐	☐	☐	
32	☐	☐	☐	☐	☐	
33	☐	☐	☐	☐	☐	☐