CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2016

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

*miejsce na naklejkę*

dyskalkulia

dysleksja

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
## POZIOM PODSTAWOWY

DATA: **5 maja 2016 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **170 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 24 strony (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki, a także z kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-P1_1P-162

MMA 2016

*W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.*

**Zadanie 1. (0–1)**

Dla każdej dodatniej liczby $a$ iloraz $\frac{a^{-2,6}}{a^{1,3}}$ jest równy

**A.** $a^{-3,9}$ **B.** $a^{-2}$ **C.** $a^{-1,3}$ **D.** $a^{1,3}$

**Zadanie 2. (0–1)**

Liczba $\log_{\sqrt{2}}\left(2\sqrt{2}\right)$ jest równa

**A.** $\frac{3}{2}$ **B.** $2$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $3$

**Zadanie 3. (0–1)**

Liczby $a$ i $c$ są dodatnie. Liczba $b$ stanowi 48% liczby $a$ oraz 32% liczby $c$. Wynika stąd, że

**A.** $c = 1,5a$ **B.** $c = 1,6a$ **C.** $c = 0,8a$ **D.** $c = 0,16a$

**Zadanie 4. (0–1)**

Równość $\left(2\sqrt{2} - a\right)^2 = 17 - 12\sqrt{2}$ jest prawdziwa dla

**A.** $a = 3$ **B.** $a = 1$ **C.** $a = -2$ **D.** $a = -3$

**Zadanie 5. (0–1)**

Jedną z liczb, które spełniają nierówność $-x^5 + x^3 - x < -2$, jest

**A.** $1$ **B.** $-1$ **C.** $2$ **D.** $-2$

**Zadanie 6. (0–1)**

Proste o równaniach $2x - 3y = 4$ i $5x - 6y = 7$ przecinają się w punkcie $P$. Stąd wynika, że

**A.** $P = (1,2)$ **B.** $P = (-1,2)$ **C.** $P = (-1,-2)$ **D.** $P = (1,-2)$

**Zadanie 7. (0–1)**

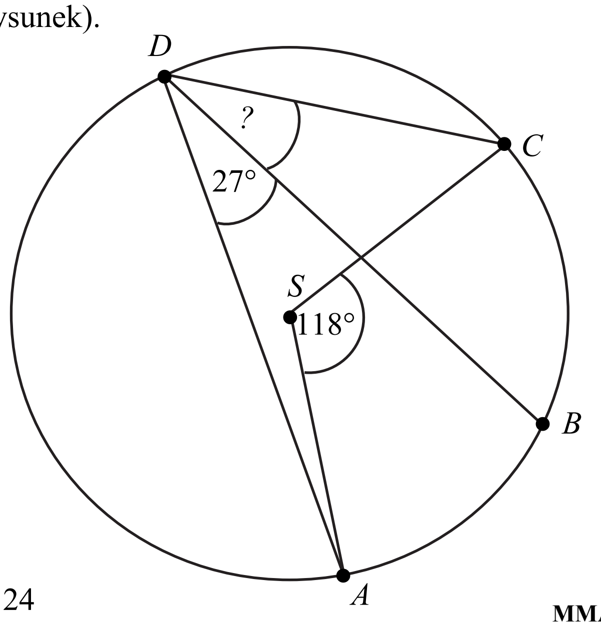
Punkty $ABCD$ leżą na okręgu o środku $S$ (zobacz rysunek).
Miara kąta $BDC$ jest równa

**A.** 91°

**B.** 72,5°

**C.** 18°

**D.** 32°



## BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

**Zadanie 8. (0–1)**

Dana jest funkcja liniowa $f(x) = \frac{3}{4}x + 6$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

**A.** 8 **B.** 6 **C.** $-6$ **D.** $-8$

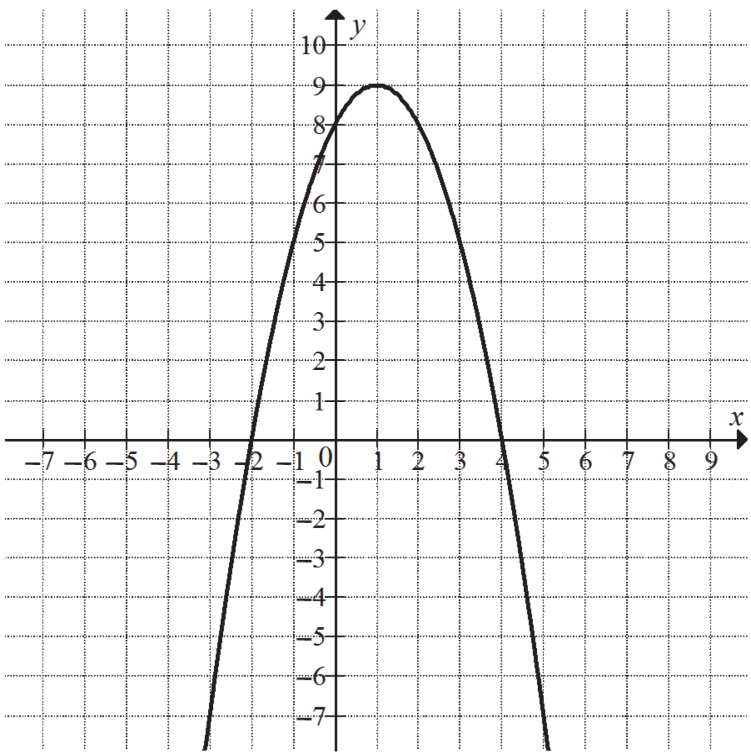
**Zadanie 9. (0–1)**

Równanie wymierne $\frac{3x-1}{x+5} = 3$, gdzie $x \neq -5$,

**A.** nie ma rozwiązań rzeczywistych.
**B.** ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
**C.** ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
**D.** ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste.

**Informacja do zadań 10. i 11.**

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej *f*. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (1, 9)$. Liczby $-2$ i $4$ to miejsca zerowe funkcji *f*.




**Zadanie 10. (0–1)**

Zbiorem wartości funkcji $f$ jest przedział

**A.** $(-\infty, -2\rangle$ **B.** $\langle -2, 4\rangle$ **C.** $\langle 4, +\infty)$ **D.** $(-\infty, 9\rangle$

**Zadanie 11. (0–1)**

Najmniejsza wartość funkcji $f$ w przedziale $\langle -1, 2\rangle$ jest równa

**A.** 2 **B.** 5 **C.** 8 **D.** 9

## BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

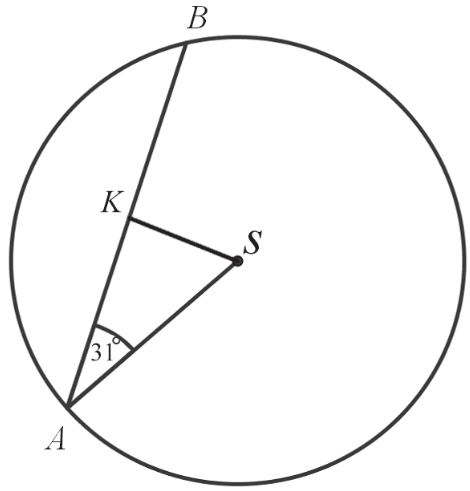
## Zadanie 12. (0–1)

Funkcja $f$ określona jest wzorem $f(x)=\frac{2x^3}{x^6+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x$. Wtedy $f\left(-\sqrt[3]{3}\right)$ jest równa

**A.** $-\frac{\sqrt[3]{9}}{2}$ **B.** $-\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$

## Zadanie 13. (0–1)

W okręgu o środku w punkcie $S$ poprowadzono cięciwę $AB$, która utworzyła z promieniem $AS$ kąt o mierze $31^\circ$ (zobacz rysunek). Promień tego okręgu ma długość 10. Odległość punktu $S$ od cięciwy $AB$ jest liczbą z przedziału




**A.** $\left\langle \frac{9}{2}, \frac{11}{2} \right\rangle$

**B.** $\left( \frac{11}{2}, \frac{13}{2} \right\rangle$

**C.** $\left( \frac{13}{2}, \frac{19}{2} \right\rangle$

**D.** $\left( \frac{19}{2}, \frac{37}{2} \right\rangle$

## Zadanie 14. (0–1)

Czternasty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 8, a różnica tego ciągu jest równa $\left(-\frac{3}{2}\right)$.

Siódmy wyraz tego ciągu jest równy

**A.** $\frac{37}{2}$ **B.** $-\frac{37}{2}$ **C.** $-\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{5}{2}$

## Zadanie 15. (0–1)

Ciąg $(x, 2x+3, 4x+3)$ jest geometryczny. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

**A.** $-4$ **B.** $1$ **C.** $0$ **D.** $-1$

## Zadanie 16. (0–1)

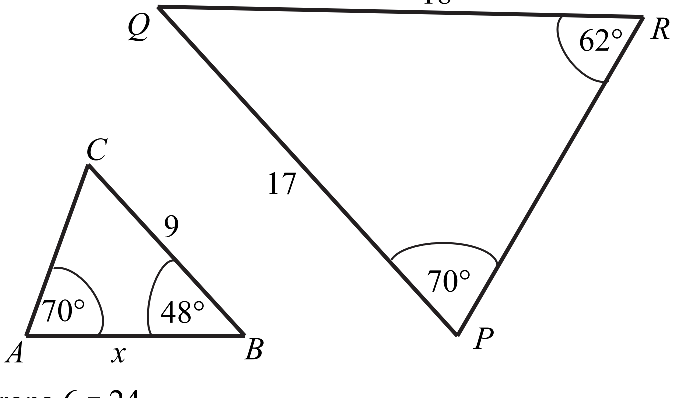
Przedstawione na rysunku trójkąty $ABC$ i $PQR$ są podobne. Bok $AB$ trójkąta $ABC$ ma długość

**A.** 8

**B.** 8,5

**C.** 9,5

**D.** 10



## **BRUDNOPIS** *(nie podlega ocenie)*

## Zadanie 17. (0–1)

Kąt $\alpha$ jest ostry i $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{3}$. Wtedy

**A.** $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{26}$ **B.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{13}}{13}$ **C.** $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ **D.** $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

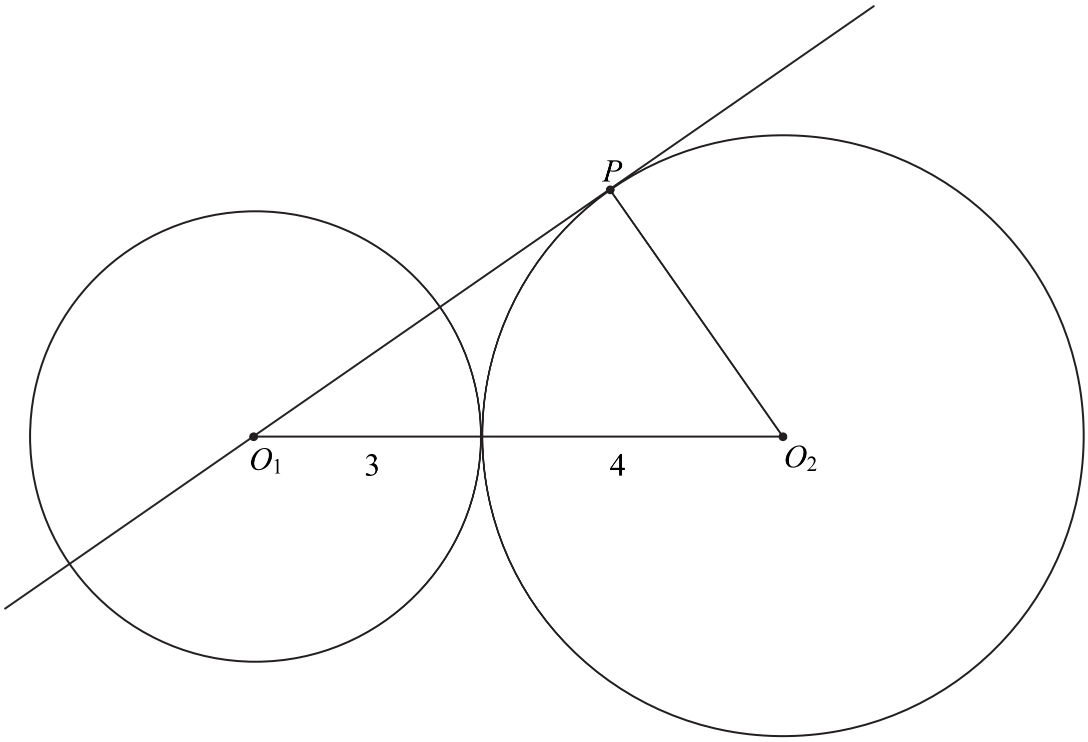
## Zadanie 18. (0–1)

Z odcinków o długościach: $5$, $2a+1$, $a-1$ można zbudować trójkąt równoramienny. Wynika stąd, że

**A.** $a = 6$ **B.** $a = 4$ **C.** $a = 3$ **D.** $a = 2$

## Zadanie 19. (0–1)

Okręgi o promieniach 3 i 4 są styczne zewnętrznie. Prosta styczna do okręgu o promieniu 4 w punkcie $P$ przechodzi przez środek okręgu o promieniu 3 (zobacz rysunek).




Pole trójkąta, którego wierzchołkami są środki okręgów i punkt styczności $P$, jest równe

**A.** $14$ **B.** $2\sqrt{33}$ **C.** $4\sqrt{33}$ **D.** $12$

## Zadanie 20. (0–1)

Proste opisane równaniami $y = \frac{2}{m-1}x + m - 2$ oraz $y = mx + \frac{1}{m+1}$ są prostopadłe, gdy

**A.** $m = 2$ **B.** $m = \frac{1}{2}$ **C.** $m = \frac{1}{3}$ **D.** $m = -2$

## BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

## Zadanie 21. (0–1)

W układzie współrzędnych dane są punkty $A=(a,6)$ oraz $B=(7,b)$. Środkiem odcinka $AB$ jest punkt $M=(3,4)$. Wynika stąd, że

**A.** $a=5$ i $b=5$ **B.** $a=-1$ i $b=2$ **C.** $a=4$ i $b=10$ **D.** $a=-4$ i $b=-2$

## Zadanie 22. (0–1)

Rzucamy trzy razy symetryczną monetą. Niech $p$ oznacza prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie dwóch orłów w tych trzech rzutach. Wtedy

**A.** $0\le p<0{,}2$ **B.** $0{,}2\le p\le 0{,}35$ **C.** $0{,}35<p\le 0{,}5$ **D.** $0{,}5<p\le 1$

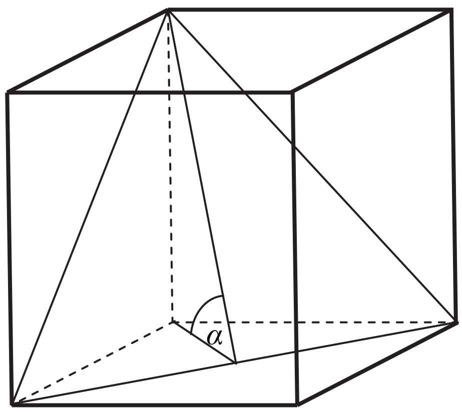
## Zadanie 23. (0–1)

Kąt rozwarcia stożka ma miarę $120^\circ$, a tworząca tego stożka ma długość 4. Objętość tego stożka jest równa

**A.** $36\pi$ **B.** $18\pi$ **C.** $24\pi$ **D.** $8\pi$

## Zadanie 24. (0–1)

Przekątna podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest dwa razy dłuższa od wysokości graniastosłupa. Graniastosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i jeden wierzchołek drugiej podstawy (patrz rysunek).




Płaszczyzna przekroju tworzy z podstawą graniastosłupa kąt $\alpha$ o mierze

**A.** $30^\circ$ **B.** $45^\circ$ **C.** $60^\circ$ **D.** $75^\circ$

## Zadanie 25. (0–1)

Średnia arytmetyczna sześciu liczb naturalnych: 31, 16, 25, 29, 27, $x$, jest równa $\frac{x}{2}$. Mediana tych liczb jest równa

**A.** 26 **B.** 27 **C.** 28 **D.** 29

## BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

**Zadanie 26. (0–2)**

W tabeli przedstawiono roczne przyrosty wysokości pewnej sosny w ciągu sześciu kolejnych lat.

| kolejne lata | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| przyrost (w cm) | 10 | 10 | 7 | 8 | 8 | 7 |

Oblicz średni roczny przyrost wysokości tej sosny w badanym okresie sześciu lat. Otrzymany wynik zaokrąglij do 1 cm. Oblicz błąd względny otrzymanego przybliżenia. Podaj ten błąd w procentach.

Odpowiedź: .................................................................................................................................... .

## Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż nierówność $2x^2 - 4x > 3x^2 - 6x$.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 26. | 27. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 2 | 2 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

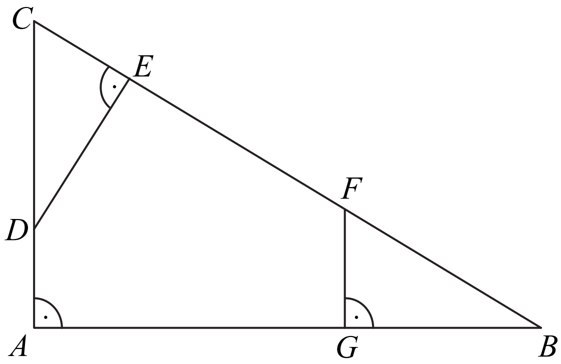
**Zadanie 28. (0–2)**

Rozwiąż równanie $(4-x)\left(x^2+2x-15\right)=0$.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

## Zadanie 29. (0–2)

Dany jest trójkąt prostokątny $ABC$. Na przyprostokątnych $AC$ i $AB$ tego trójkąta obrano odpowiednio punkty $D$ i $G$. Na przeciwprostokątnej $BC$ wyznaczono punkty $E$ i $F$ takie, że $|\sphericalangle DEC| = |\sphericalangle BGF| = 90^\circ$ (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąt $CDE$ jest podobny do trójkąta $FBG$.




| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 28. | 29. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 2 | 2 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

**Zadanie 30. (0–2)**

Ciąg $(a_n)$ jest określony wzorem $a_n = 2n^2 + 2n$ dla $n \geq 1$. Wykaż, że suma każdych dwóch kolejnych wyrazów tego ciągu jest kwadratem liczby naturalnej.

## Zadanie 31. (0–2)

Skala Richtera służy do określania siły trzęsień ziemi. Siła ta opisana jest wzorem $R = \log \frac{A}{A_0}$, gdzie $A$ oznacza amplitudę trzęsienia wyrażoną w centymetrach, $A_0 = 10^{-4}$ cm jest stałą, nazywaną amplitudą wzorcową. 5 maja 2014 roku w Tajlandii miało miejsce trzęsienie ziemi o sile 6,2 w skali Richtera. Oblicz amplitudę trzęsienia ziemi w Tajlandii i rozstrzygnij, czy jest ona większa, czy – mniejsza od 100 cm.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 30. | 31. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 2 | 2 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

**Zadanie 32. (0–4)**

Jeden z kątów trójkąta jest trzy razy większy od mniejszego z dwóch pozostałych kątów, które różnią się o $50°$. Oblicz kąty tego trójkąta.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 32. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

**Zadanie 33. (0–5)**

Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest trójkąt równoboczny $ABC$. Wysokość $SO$ tego ostrosłupa jest równa wysokości jego podstawy. Objętość tego ostrosłupa jest równa 27. Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa $ABCS$ oraz cosinus kąta, jaki tworzą wysokość ściany bocznej i płaszczyzna podstawy ostrosłupa.

Odpowiedź: ........................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 33. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

**Zadanie 34. (0–4)**

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy kolejno dwa razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie równa 30. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Odpowiedź: ............................................................................................................................. .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 34. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

**BRUDNOPIS** ***(nie podlega ocenie)***