

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

LISTOPAD
2015

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–33.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–33.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $a = 8^{23} \cdot 4^{17}$ jest równa liczbie:

- A. 2^{103} B. 4^{63} C. 2^{59} D. 32^{40}

Zadanie 2. (0–1)

Liczbą wymierną jest liczba:

- A. $36^{\frac{2}{3}}$ B. $36^{\frac{3}{2}}$ C. $36^{\frac{1}{4}}$ D. $36^{\frac{3}{4}}$

Zadanie 3. (0–1)

Wyrażenie $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$ jest równe:

- A. 44 B. 10 C. $10 - 2\sqrt{21}$ D. $10 - 2\sqrt{10}$

Zadanie 4. (0–1)

Funkcja $f(x) = (x + 6)^2$ ma:

- A. jedno miejsce zerowe: 6 B. jedno miejsce zerowe: –6
C. dwa miejsca zerowe: 6, –6 D. zero miejsc zerowych

Zadanie 5. (0–1)

Tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym jest równy $\frac{3}{4}$, a przeciwprostokątna ma długość

30. Krótsza przyprostokątna trójkąta ma długość:

- A. 15 B. 18 C. 24 D. 26

Zadanie 6. (0–1)

Jeśli cena towaru najpierw zmniejszyła się o 10%, a następnie zwiększyła się o 20%, to po tych dwóch operacjach wyjściowa cena towaru:

- A. zwiększyła się o 10% B. zmniejszyła się o 10%
C. zwiększyła się o 8% D. zmniejszyła się o 8%

Zadanie 7. (0–1)

Maksymalny przedział otwarty, w którym funkcja $f(x) = -4x^2 + 16x - 23$ jest rosnąca, to:

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, -2)$ C. $(-\infty, -7)$ D. $(7, +\infty)$

Zadanie 8. (0–1)

Zbiór rozwiązań nierówności $x - \sqrt{3}x > 2$ to:

- A. $(-\infty, -1 - \sqrt{3})$ B. $(-\infty, -1 + \sqrt{3})$ C. $(-1 - \sqrt{3}, +\infty)$ D. $(-1 + \sqrt{3}, +\infty)$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 9. (0–1)

W okrąg o środku O wpisano trójkąt ostrokątny ABC . Jeśli $|\angle ABO| = 48^\circ$, to:

- A. $|\angle ACB| = 42^\circ$ B. $|\angle ACB| = 48^\circ$ C. $|\angle ACB| = 52^\circ$ D. $|\angle ACB| = 58^\circ$

Zadanie 10. (0–1)

Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = -3n + 118$. Liczba dodatnich wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. 37 B. 38 C. 39 D. 0

Zadanie 11. (0–1)

Liczba miejsc zerowych funkcji $f(x) = (x - 4)^2 + 9$ to:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 12. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = 2^x + 3$ jest zbiór:

- A. wszystkich liczb rzeczywistych B. $(0, +\infty)$ C. $(-3, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$

Zadanie 13. (0–1)

W ciągu arytmetycznym pierwszy i drugi wyraz są odpowiednio równe: 1, –2. Dziewiąty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. –23 B. 23 C. –25 D. 25

Zadanie 14. (0–1)

Prosta o równaniu $y = 4x + 1$ przecina osie układu współrzędnych w punktach:

- A. $(1, 0)$ i $(0, \frac{1}{4})$ B. $(1, 0)$ i $(0, -\frac{1}{4})$ C. $(0, 1)$ i $(-\frac{1}{4}, 0)$ D. $(0, 1)$ i $(\frac{1}{4}, 0)$

Zadanie 15. (0–1)

Dana jest funkcja $f(x) = x^2 + 4x + 10$. Prosta $y = m$ nie ma z wykresem funkcji f punktów wspólnych. Maksymalny zbiór, do którego należy liczba m , to:

- A. $(-\infty, -6)$ B. $(-\infty, 6)$ C. $(-2, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$

Zadanie 16. (0–1)

Wiadomo, że $\operatorname{tg} \alpha = 5$ i α jest kątem ostrym. Wówczas wyrażenie $W = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ ma wartość:

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{1}$

Zadanie 17. (0–1)

Jeżeli stosunek przyprostokątnych w trójkącie prostokątnym jest równy $\sqrt{3}$, to jeden z kątów ostrych ma miarę:

- A. 15° B. 30° C. 45° D. 75°

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 18. (0–1)

Kąt wpisany oparty na $\frac{1}{9}$ okręgu ma miarę:

- A. 80° B. 40° C. 20° D. 10°

Zadanie 19. (0–1)

Jeśli $S = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ jest środkiem odcinka AB i $A = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$, to:

- A. $B = \left(-\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$ B. $B = \left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$ C. $B = \left(-\frac{2}{3}, -\frac{7}{3}\right)$ D. $B = \left(\frac{2}{3}, -\frac{7}{3}\right)$

Zadanie 20. (0–1)

Odchylenie standardowe danych: 1, 4, 1, 5, 9, 2, 1, 1 jest równe (z dokładnością do części setnych):

- A. 7,25 B. 2,69 C. 5,75 D. 2,40

Zadanie 21. (0–1)

Przekątna przekroju osiowego walca jest nachylona do jego płaszczyzny podstawy pod kątem 45° . Wysokość walca ma długość 8. Objętość walca jest równa:

- A. 216π B. 128π C. 64π D. 32π

Zadanie 22. (0–1)

Pole trójkąta jest równe 15. Dwa boki mają długości 10 i 6. Kąt między tymi bokami może mieć miarę:

- A. 75° B. 60° C. 45° D. 30°

Zadanie 23. (0–1)

Prosta l ma równanie $3x - 2y = 7$. Prosta k prostopadła do prostej l może mieć równanie:

- A. $y = \frac{2}{3}x + 1$ B. $y = -\frac{2}{3}x + 1$ C. $y = \frac{3}{2}x + 1$ D. $y = -\frac{3}{2}x + 1$

Zadanie 24. (0–1)

Liczba czterocyfrowych o różnych cyfrach i o parzystej cyfrze tysięcy, setek i dziesiątek jest:

- A. $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 7$ B. $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8$ C. $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 8$ D. $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 9$

Zadanie 25. (0–1)

Sześcian przecięto płaszczyzną przechodzącą przez dwie równoległe przekątne dolnej i górnej podstawy. Pole otrzymanego przekroju jest równe 16. Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe:

- A. $8\sqrt{2}$ B. $32\sqrt{2}$ C. $48\sqrt{2}$ D. $56\sqrt{2}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 26.–33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0–2)

Sprawdź, czy liczba $\frac{33}{27}$ jest wyrazem ciągu o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{3n-1}{2n+5}$.



Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż nierówność $-x^2 + 8x - 20 < 0$.



Zadanie 28. (0–2)

Punkty $A = (-2, 4)$, $B = (6, 2)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego. Wyznacz długość wysokości tego trójkąta.



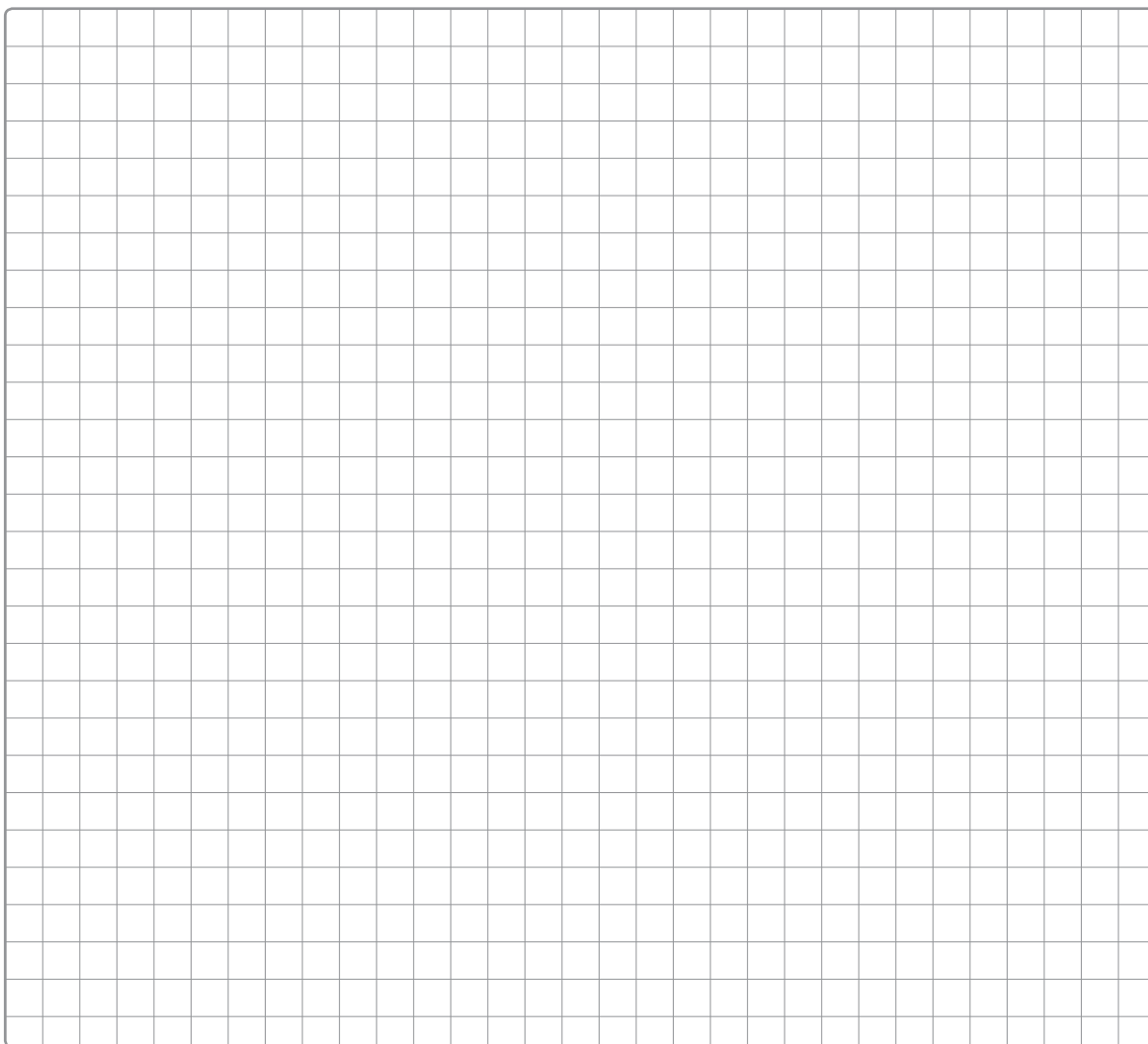
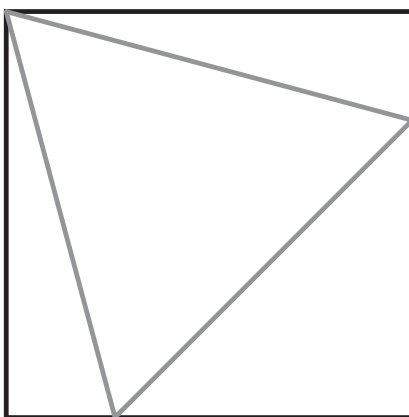
Zadanie 29. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^2 - 6x + y^2 - 4y + 13 \geq 0$.



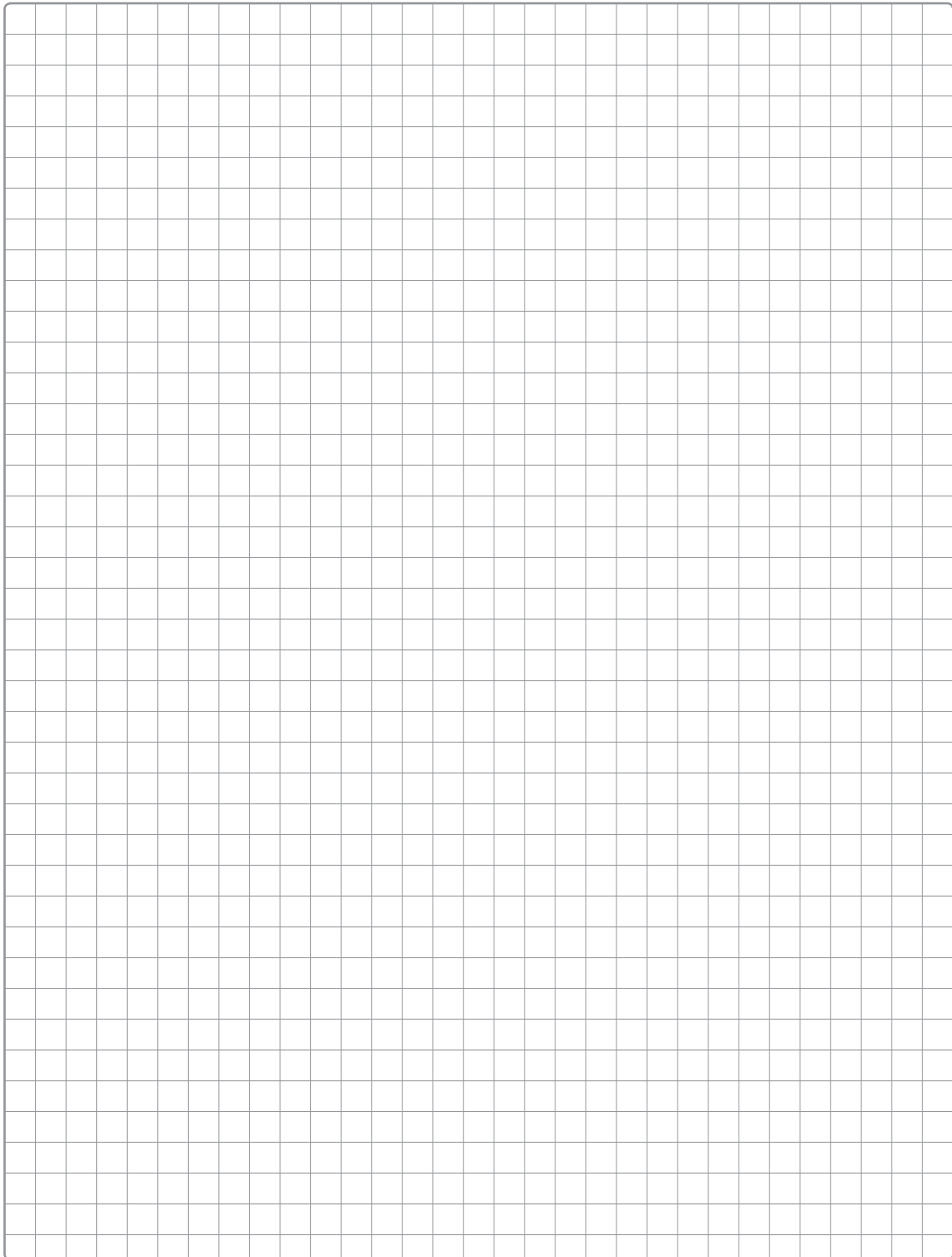
Zadanie 30. (0–2)

Dany jest kwadrat o boku $a = 6$. W ten kwadrat wpisano trójkąt równoboczny w ten sposób, że jeden wierzchołek trójkąta jest wierzchołkiem kwadratu, a przeciwległy bok trójkąta jest równoległy do przekątnej kwadratu (patrz rysunek). Wykaż, że bok trójkąta jest równy $6(\sqrt{6} - \sqrt{2})$.



Zadanie 31. (0–4)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wartość największa funkcji jest równa 10. Funkcja jest rosnąca jedynie w przedziale $(-\infty, 2)$, a do jej wykresu należy punkt $A = (4, -2)$. Wyznacz wartości współczynników a, b, c .



Zadanie 32. (0–5)

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 4, a suma kwadratów wyrazu drugiego, czwartego i siódmego jest równa 702. Wyznacz ogólny wyraz tego ciągu.



Zadanie 33. (0–6)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny. Promień okręgu wpisanego w podstawę jest równy 6. Ściana boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 60° . Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej bryły.



BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

