KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM

Matematyka
Poziom podstawowy

Listopad 2014

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{2}+1\right)}{2-1}=\sqrt{10}+\sqrt{5}$
2.	D	Jedynie miejsce zerowe ostatniej funkcji spełnia podany warunek.
3.	D	$a=\frac{2^{12}}{2^{-5}}=2^{12+5}=2^{17}$
4.	A	x – wyjściowa cena towaru $0,9x$ – cena towaru po pierwszej obniżce $0,9x\cdot 0,85=0,765x$ – cena towaru po drugiej obniżce, zatem wyjściowa cena obniżyła się o $100\%-76,5\%=23,5\%$
5.	A	$\frac{2}{3}=0,(6)\approx 0,67$ $b_w=\frac{\left\lvert\frac{2}{3}-0,67\right\rvert}{\frac{2}{3}}\cdot 100\%=\frac{1}{2}\%$
6.	B	$8=\frac{a}{-\frac{1}{4}}\Rightarrow a=-2$
7.	D	$a_l=-\frac{3}{5}\Rightarrow a_k=\frac{5}{3}$
8.	C	$a_1=S_1=-2,\ S_2=20-14=6\Rightarrow -2+a_2=6\Rightarrow a_2=8$
9.	B	Pierwszą cyfrą nie może być 0, ale drugą lub trzecią – tak.
10.	C	$x_1=-1,\ x_2=-7,\ x_1-x_2=-1-(-7)=6$
11.	A	$W=\frac{(4x-5)(4x+5)}{(4x+5)^2}=\frac{4x-5}{4x+5}$
12.	C	Szukamy miejsc zerowych mianownika: $x^2+4x=0\Rightarrow x=0\vee x=-4$. Liczby te należy odjąć od zbioru liczb rzeczywistych.
13.	D	$y_w=9$ i ramiona paraboli skierowane są do dołu
14.	C	$81+x^3=0\Rightarrow x^3=-81\Rightarrow x=-\sqrt[3]{81}$

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
15.	D	$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\Rightarrow\cos^2\alpha=1-\frac{144}{169}=\frac{25}{169}$. Zatem $\cos\alpha=\frac{5}{13}\vee\cos\alpha=-\frac{5}{13}$. Z założenia kąt jest rozwarty, więc wybieramy odpowiedź ujemną.
16.	D	Liczbą przeciwną do a jest liczba $-a$.
17.	A	Funkcja $y=f(x)$ po przekształceniu przez przesunięcie wzdłuż osi OY o a jednostek w dół ma wzór $y=f(x)-a$.
18.	D	Kwadrat dowolnej liczby rzeczywistej jest liczbą nieujemną, zatem tylko liczba 5 spełnia podaną nierówność.
19.	C	Jeśli a jest przyprostokątną trójkąta, to $\frac{a}{20}=\frac{3}{5}\Rightarrow a=12$. Zatem druga przyprostokątna jest równa $b=\sqrt{400-144}=\sqrt{256}=16$.
20.	A	Jeśli a jest bokiem trójkąta, to: $a=\frac{a\sqrt{3}}{2}+4\Rightarrow 2a-a\sqrt{3}=8\Rightarrow a=\frac{8}{2-\sqrt{3}}=8\left(2+\sqrt{3}\right)$
21.	B	Jeśli x jest drugim bokiem przyległym do danego kąta, to: $\frac{1}{2}\cdot 12x\sin 60^0=18\sqrt{3}\Rightarrow x=6$
22.	C	Jeśli a jest krawędzią ostrosłupa i H jest wysokością ostrosłupa, to: $H=\sqrt{\frac{3}{4}a^2-\frac{1}{4}a^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Zatem $\sin\alpha=\frac{a\sqrt{2}}{2}:\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.
23.	D	$a\sqrt{2}=8\Rightarrow a=4\sqrt{2}\Rightarrow r=2\sqrt{2}\wedge h=4\sqrt{2}\Rightarrow V=8\cdot 4\sqrt{2}\pi\Rightarrow V=32\pi\sqrt{2}$
24.	C	$\lvert\angle BAC\rvert=90^\circ-52^\circ=38^\circ\Rightarrow\lvert\angle ACB\rvert=90^\circ-38^\circ=52^\circ$
25.	C	Sprzyjają nam pary: $(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)$

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
26.	Postęp: Wyznaczenie pierwiastków trójmianu kwadratowego: $x_1=0,\ x_2=2$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie nierówności: $x\in(0,2)$	2
27.	Postęp: Zapisanie równania w postaci: $x^2-5x-6=0,\ x\neq 0$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie równania: $x_1=-1,\ x_2=6$	2
28.	Postęp: Zapisanie układu równań: $\frac{x-3}{2}=7\wedge\frac{y+11}{2}=2$, gdzie $A=(x,y)$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie układu równań i zapisanie odpowiedzi: $\begin{cases}x=17\\y=-7\end{cases}\Rightarrow A=(17,-7)$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
29.	Postęp: Zapisanie układu równań: $\begin{cases} a_1q^2 = \frac{32}{3} \\ a_1q = 16 \end{cases}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases} a_1 = 24 \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$	2
30.	Postęp: Zapisanie lewej strony równania w postaci: $L = \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha + \sin^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Zredukowanie wyrazów podobnych i wykorzystanie wzoru na jedynkę trygonometryczną do wykazania tożsamości: $L = 1+1 = 2 = P$	2
31.	Postęp: Zapisanie równania w postaci: $\left[\left(11-\sqrt{21}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(11+\sqrt{21}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = 42$ i przekształcenie lewej strony równania do postaci: $L = 11-\sqrt{21} + 2\sqrt{\left(11-\sqrt{21}\right)\left(11+\sqrt{21}\right)} + 11+\sqrt{21}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Przekształcenie lewej strony równania do postaci wykazującej tezę zadania: $L = 22 + 2\sqrt{121-21} = 22+20 = 42$	2
32.	Postęp: Zapisanie wzoru trójmianu w postaci kanonicznej: $y = a\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 - 1$	1
	Istotny postęp: Zapisanie równania: $8 = a\left(3-\frac{3}{2}\right)^2 - 1$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Wyznaczenie współczynnika a: $a = 4$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie wzoru funkcji i podanie szukanych współczynników: $y = 4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 - 1$, po przekształceniu do postaci ogólnej mamy: $\begin{cases} a = 4 \\ b = -12 \\ c = 8 \end{cases}$	4

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
33.	Postęp: Zapisanie równania: $x-5=y+2$, x, y – długości boków prostokąta	1
	Pokonanie zasadniczych trudności Zapisanie układu równań: $\begin{cases} x-5=y+2 \\ xy=228 \end{cases}$, $x>0$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie równania i zapisanie odpowiedzi: $x=19$, $y=12$	4 (3 pkt, gdy przy dobrej metodzie rozwiązania popełniono błąd rachunkowy)
34.	Postęp: Wprowadzenie dokładnych oznaczeń lub wykonanie rysunku z oznaczeniami: r, h, l – odpowiednio: promień podstawy, wysokość i tworząca stożka $2r=l\sqrt{2}$	1
	Istotny postęp: Zapisanie promienia podstawy i wysokości w zależności od tworzącej: $r=\frac{l\sqrt{2}}{2}$, $h=\frac{l\sqrt{2}}{2}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie równania: $\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot\left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\right)^2\cdot\frac{l\sqrt{2}}{2}=18\pi\sqrt{2}$	3
	Rozwiązanie prawie całkowite: Rozwiązanie równania: $l=6$	4
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie pola powierzchni całkowitej stożka: $P=18\pi\left(\sqrt{2}+1\right)$	5