CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2015

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD PESEL

miejsce na naklejkę

dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY

DATA: **16 grudnia 2014 r.**

CZAS PRACY: **170 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 23 strony (zadania 1–33). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–24) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (25–33) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA 2015

W zadaniach 1.–24. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba 0,6 jest jednym z przybliżeń liczby $\frac{5}{8}$. Błąd względny tego przybliżenia, wyrażony w procentach, jest równy

A. 0,025% **B.** 2,5% **C.** 0,04% **D.** 4%

Zadanie 2. (0–1)

Dany jest okrąg o środku $S=(-6,-8)$ i promieniu 2014. Obrazem tego okręgu w symetrii osiowej względem osi Oy jest okrąg o środku w punkcie S_1. Odległość między punktami S i S_1 jest równa

A. 12 **B.** 16 **C.** 2014 **D.** 4028

Zadanie 3. (0–1)

Rozwiązaniami równania $(x^3-8)(x-5)(2x+1)=0$ są liczby

A. –8; –5; 1 **B.** –1; 5; 8 **C.** $-\frac{1}{2}$; 2; 5 **D.** $-\frac{1}{2}$; 5; 8

Zadanie 4. (0–1)

Cena towaru została podwyższona o 30%, a po pewnym czasie nową, wyższą cenę ponownie podwyższono, tym razem o 10%. W rezultacie obu podwyżek wyjściowa cena towaru zwiększyła się o

A. 15% **B.** 20% **C.** 40% **D.** 43%

Zadanie 5. (0–1)

Dane są dwie funkcje określone dla wszystkich liczb rzeczywistych x wzorami $f(x)=-5x+1$ oraz $g(x)=5^x$. Liczba punktów wspólnych wykresów tych funkcji jest równa

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 6. (0–1)
Wyrażenie $(3x+1+y)^2$ jest równe

A. $3x^2+y^2+1$
B. $9x^2+6x+y^2+1$
C. $3x^2+y^2+6xy+6x+1$
D. $9x^2+y^2+6xy+6x+2y+1$

Zadanie 7. (0–1)
Połowa sumy $4^{28}+4^{28}+4^{28}+4^{28}$ jest równa

A. 2^{30} **B.** 2^{57} **C.** 2^{63} **D.** 2^{112}

Zadanie 8. (0–1)
Równania $y=-\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$ oraz $y=-\frac{4}{3}$ opisują dwie proste

A. przecinające się pod kątem o mierze 90º.
B. pokrywające się.
C. przecinające się pod kątem różnym od 90º.
D. równoległe i różne.

Zadanie 9. (0–1)
Na płaszczyźnie dane są punkty: $A=\left(\sqrt{2},\sqrt{6}\right)$, $B=(0,0)$ i $C=\left(\sqrt{2},0\right)$. Kąt *BAC* jest równy

A. 30º **B.** 45º **C.** 60º **D.** 75º

Zadanie 10. (0–1)
Funkcja *f*, określona dla wszystkich liczb całkowitych dodatnich, przyporządkowuje liczbie *x* ostatnią cyfrę jej kwadratu. Zbiór wartości funkcji *f* zawiera dokładnie

A. 5 elementów. **B.** 6 elementów. **C.** 9 elementów. **D.** 10 elementów.

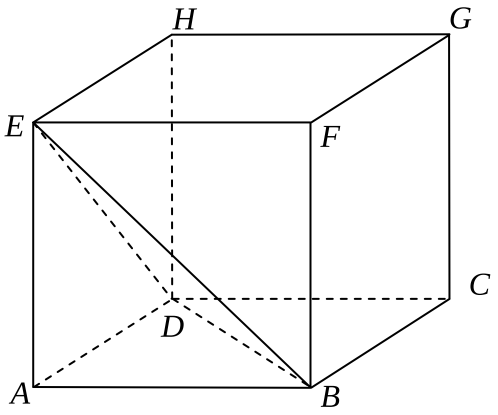
Zadanie 11. (0–1)
Ekipa złożona z 25 pracowników wymieniła tory kolejowe na pewnym odcinku w ciągu 156 dni. Jeśli wymianę torów kolejowych na kolejnym odcinku o tej samej długości trzeba przeprowadzić w ciągu 100 dni, to, przy założeniu takiej samej wydajności, należy zatrudnić do pracy o

A. 14 osób więcej. **B.** 17 osób więcej. **C.** 25 osób więcej. **D.** 39 osób więcej.

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 12. (0–1)

Z sześcianu *ABCDEFGH* o krawędzi długości *a* odcięto ostrosłup *ABDE* (zobacz rysunek).

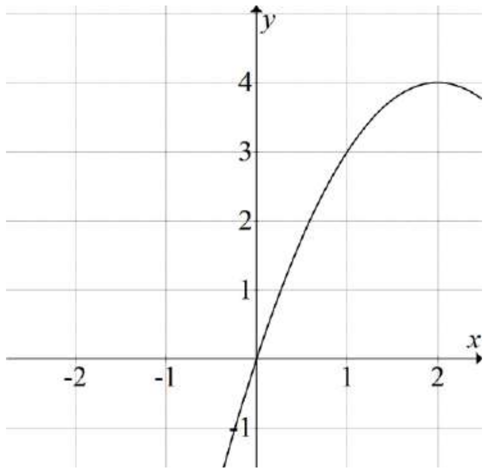


Ile razy objętość tego ostrosłupa jest mniejsza od objętości pozostałej części sześcianu?

A. 2 razy. **B.** 3 razy. **C.** 4 razy. **D.** 5 razy.

Zadanie 13. (0–1)

W układzie współrzędnych narysowano część paraboli o wierzchołku w punkcie $A = (2,4)$, która jest wykresem funkcji kwadratowej *f*.



Funkcja *f* może być opisana wzorem

A. $f(x) = (x-2)^2 + 4$

B. $f(x) = (x+2)^2 + 4$

C. $f(x) = -(x-2)^2 + 4$

D. $f(x) = -(x+2)^2 + 4$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 14. (0–1)

Punkty $A=\left(-6-2\sqrt{2},4-2\sqrt{2}\right)$, $B=\left(2+4\sqrt{2},-6\sqrt{2}\right)$, $C=\left(2+6\sqrt{2},6-2\sqrt{2}\right)$ są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku *ABCD*. Przekątne tego równoległoboku przecinają się w punkcie

A. $S=\left(-1+4\sqrt{2},5-5\sqrt{2}\right)$

B. $S=\left(-2+\sqrt{2},2-4\sqrt{2}\right)$

C. $S=\left(2+5\sqrt{2},3-4\sqrt{2}\right)$

D. $S=\left(-2+2\sqrt{2},5-2\sqrt{2}\right)$

Zadanie 15. (0–1)

Liczba $\sin 150^\circ$ jest równa liczbie

A. $\cos 60^\circ$ **B.** $\cos 120^\circ$ **C.** $\operatorname{tg} 120^\circ$ **D.** $\operatorname{tg} 60^\circ$

Zadanie 16. (0–1)

Na ścianie kamienicy zaprojektowano mural utworzony z szeregu trójkątów równobocznych różnej wielkości. Najmniejszy trójkąt ma bok długości 1 m, a bok każdego z następnych trójkątów jest o 10 cm dłuższy niż bok poprzedzającego go trójkąta. Ostatni trójkąt ma bok długości 5,9 m. Ile trójkątów przedstawia mural?

A. 49 **B.** 50 **C.** 59 **D.** 60

Zadanie 17. (0–1)

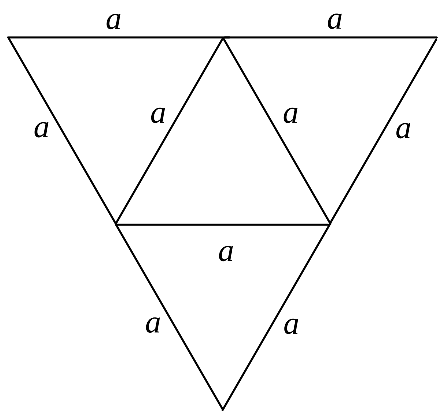
Dany jest trójkąt równoramienny, w którym ramię o długości 20 tworzy z podstawą kąt $67{,}5^\circ$. Pole tego trójkąta jest równe

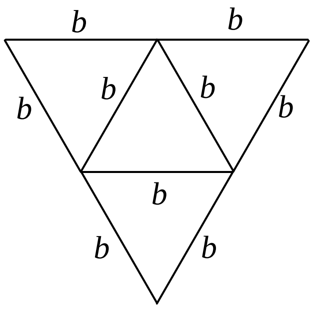
A. $100\sqrt{3}$ **B.** $100\sqrt{2}$ **C.** $200\sqrt{3}$ **D.** $200\sqrt{2}$

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***

Zadanie 18. (0–1)

Na rysunkach poniżej przedstawiono siatki dwóch ostrosłupów.



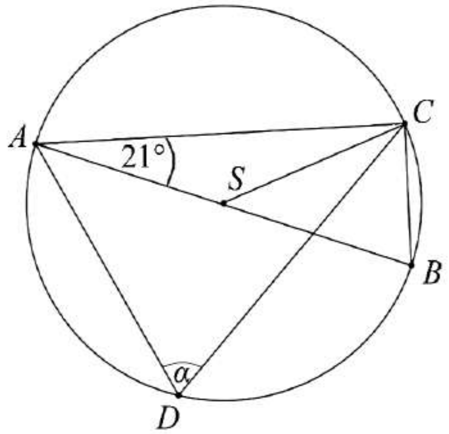


Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa o krawędzi a jest dwa razy większe od pola powierzchni całkowitej ostrosłupa o krawędzi b. Ile razy objętość ostrosłupa o krawędzi a jest większa od objętości ostrosłupa o krawędzi b?

A. $\sqrt{2}$ **B.** 2 **C.** $2\sqrt{2}$ **D.** 4

Zadanie 19. (0–1)

Na okręgu o środku S leżą punkty A, B, C i D. Odcinek AB jest średnicą tego okręgu. Kąt między tą średnicą a cięciwą AC jest równy $21°$ (zobacz rysunek).



Kąt α między cięciwami AD i CD jest równy

A. $21°$ **B.** $42°$ **C.** $48°$ **D.** $69°$

Zadanie 20. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu danych: 3, 8, 3, 11, 3, 10, 3, x jest równa 6. Mediana tego zestawu jest równa

A. 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), w którym $a_1 = -\sqrt{2}$, $a_2 = 2$, $a_3 = -2\sqrt{2}$. Dziesiąty wyraz tego ciągu, czyli a_{10}, jest równy

A. 32 **B.** -32 **C.** $16\sqrt{2}$ **D.** $-16\sqrt{2}$

Zadanie 22. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{24-4n}{n}$ dla $n \geq 1$. Liczba wszystkich całkowitych nieujemnych wyrazów tego ciągu jest równa

A. 7 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 4

Zadanie 23. (0–1)

Rzucamy sześć razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Niech p_i oznacza prawdopodobieństwo wyrzucenia *i* oczek w *i*-tym rzucie. Wtedy

A. $p_6 = 1$ **B.** $p_6 = \frac{1}{6}$ **C.** $p_3 = 0$ **D.** $p_3 = \frac{1}{3}$

Zadanie 24. (0–1)

Wskaż liczbę, która spełnia równanie $4^x = 9$.

A. $\log 9 - \log 4$ **B.** $\frac{\log 2}{\log 3}$ **C.** $2\log_9 2$ **D.** $2\log_4 3$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Rozwiązania zadań 25.–33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 25. (0–2)

Rozwiąż nierówność: $-x^2 - 4x + 21 < 0$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 26. (0–2)

Uzasadnij, że żadna liczba całkowita nie jest rozwiązaniem równania $\frac{2x+4}{x-2}=2x+1$.

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>25.</td><td>26.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 27. (0–2)

Czas połowicznego rozpadu pierwiastka to okres, jaki jest potrzebny, by ze 100% pierwiastka pozostało 50% tego pierwiastka. Oznacza to, że ilość pierwiastka pozostała z każdego grama pierwiastka po x okresach rozpadu połowicznego wyraża się wzorem $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

W przypadku izotopu jodu ^{131}I czas połowicznego rozpadu jest równy 8 dni. Wyznacz najmniejszą liczbę dni, po upływie których pozostanie z 1 g ^{131}I nie więcej niż 0,125 g tego pierwiastka.

Odpowiedź: ....

Zadanie 28. (0–2)

Uzasadnij, że jeżeli liczba całkowita nie dzieli się przez 3, to jej kwadrat przy dzieleniu przez 3 daje resztę 1.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	27.	28.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 29. (0–2)

Wartość prędkości średniej obliczamy jako iloraz drogi i czasu, w którym ta droga została przebyta. Samochód przejechał z miejscowości A do miejscowości C przez miejscowość B, która znajduje się w połowie drogi z A do C. Wartość prędkości średniej samochodu na trasie z A do B była równa 40 km/h, a na trasie z B do C – 60 km/h. Oblicz wartość prędkości średniej samochodu na całej trasie z A do C.

Odpowiedź: ....

Zadanie 30. (0–4)

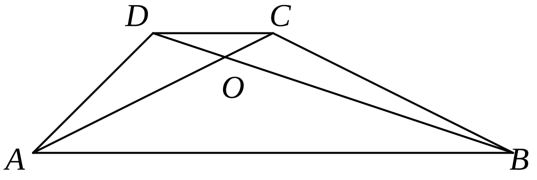
Zakupiono 16 biletów do teatru, w tym 10 biletów na miejsca od 1. do 10. w pierwszym rzędzie i 6 biletów na miejsca od 11. do 16. w szesnastym rzędzie. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że 2 wylosowane bilety, spośród szesnastu, będą biletami na sąsiadujące miejsca?

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	**Nr zadania**	**29.**	**30.**
	Maks. liczba pkt	**2**	**4**
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 31. (0–4)

W trapezie $ABCD$ $(AB \parallel CD)$ przekątne AC i BD przecinają się w punkcie O takim, że $|AO|:|OC| = 5:1$. Pole trójkąta AOD jest równe 10. Uzasadnij, że pole trapezu $ABCD$ jest równe 72.



Zadanie 32. (0–4)

Punkty $A=(3,3)$ i $B=(9,1)$ są wierzchołkami trójkąta ABC, a punkt $M=(1,6)$ jest środkiem boku AC. Oblicz współrzędne punktu przecięcia prostej AB z wysokością tego trójkąta, poprowadzoną z wierzchołka C.

Odpowiedź: ....

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>31.</td><td>32.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>4</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 33. (0–4)

Tworząca stożka ma długość 17, a wysokość stożka jest krótsza od średnicy jego podstawy o 22. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość tego stożka.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	33.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***