

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	<b>Zasady oceniania rozwiązań zadań</b>
<i>Egzamin:</i>	<b>Egzamin ósmoklasisty</b>
<i>Przedmiot:</i>	<b>Matematyka</b>
<i>Formy arkusza:</i>	OMAP-100-2004 (wersje arkusza: X i Y)
<i>Termin egzaminu:</i>	Termin główny – czerwiec 2020 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	24 lipca 2020 r.

Warszawa 2020

**Zadanie 1. (0–1)**

Podstawa programowa 2012 <sup>1</sup>		Podstawa programowa 2017 <sup>2</sup>	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, 1% – jako setną części danej wielkości liczbowej. 4. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka.		

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

AD

**Rozwiązanie – wersja Y**

BD

<sup>1</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z 2012 r. poz. 977, ze zm.); II etap edukacyjny: klasy IV–VI.

<sup>2</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. z 2017 r. poz. 356, ze zm.); II etap edukacyjny: klasy VII i VIII.

**Zadanie 2. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa.	5. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań.		

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

D

**Rozwiązanie – wersja Y**

A

**Zadanie 3. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 3) stosuje podział proporcjonalny.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

C

**Rozwiązanie – wersja Y**

B

**Zadanie 4. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	1. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej.		

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

PP

**Rozwiązanie – wersja Y**

PP

**Zadanie 5. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości; stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s.		

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

C

Rozwiązanie – wersja Y

B

**Zadanie 6. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
		I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	II. Pierwiastki. Uczeń: 4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, włącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka; 5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

B

Rozwiązanie – wersja Y

C

**Zadanie 7. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
		I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

E

**Rozwiązanie – wersja Y**

D

### Zadanie 8. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
		II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych; 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

B

**Rozwiązanie – wersja Y**

C

**Zadanie 9. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami.		

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

C

**Rozwiązanie – wersja Y**

D

**Zadanie 10. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

D

**Rozwiązanie – wersja Y**

A

**Zadanie 11. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

PP

**Rozwiązanie – wersja Y**

PP

**Zadanie 12. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami.		

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

AD

**Rozwiązanie – wersja Y**

AD

**Zadanie 13. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.	IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie – wersja X**

A

**Rozwiązanie – wersja Y**

B

**Zadanie 14. (0–1)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	11. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Rozwiązanie – wersja X

D

### Rozwiązanie – wersja Y

C

### Zadanie 15. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu [...]. III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Rozwiązanie – wersja X

A

### Rozwiązanie – wersja Y

D

## ZADANIA OTWARTE

### Uwagi

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale stosuje poprawne sposoby obliczania, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli w zadaniach 18., 19., 20. i 21. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:
  1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6 – 9, ...)
  2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
  3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
  4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
  5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
  6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
  7. niekończenie wyrazów
  8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – OC, ...)
  9. błędy w przepisywaniu
  10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
  11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np.  $x^2 - x_2$ ,  $m^2 - m_2$ , ...).

**Zadanie 16. (0–2)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
		IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych; 9) przeprowadza dowody geometryczne [...].

**Zasady oceniania****2 punkty – pełne rozwiązanie**

wykazanie, że jeden z kątów trójkąta ( $\beta$  lub  $\gamma$ ) ma miarę  $90^\circ$

**1 punkt**

zapisanie przy użyciu dwóch niewiadomych poprawnego równania, w którym uwzględniono zależność między miarami kątów tego trójkąta oraz własność dotyczącą sumy miar kątów w trójkącie

LUB

zapisanie, że  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$  i  $\beta = \alpha + \gamma$

LUB

zapisanie, że  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$  i  $\gamma = \alpha + \beta$

**0 punktów**

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

**Uwaga**

Jeżeli w uzasadnieniu uczeń posługuje się wyłącznie konkretnymi wartościami miar kątów, to otrzymuje 0 punktów.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty****I sposób**

$$\alpha = \beta - \gamma$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\beta - \gamma + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$2\beta = 180^\circ$$

$$\beta = 90^\circ$$

Ten trójkąt jest prostokątny.

**II sposób**

$$\alpha = \gamma - \beta$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma - \beta + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$2\gamma = 180^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ$$

Ten trójkąt jest prostokątny.

**Zadanie 17. (0–2)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
		II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania.

**Zasady oceniania****2 punkty – pełne rozwiązanie**

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc w przedziale przez Edytę i Agnieszkę (45 i 42, 45 i 48, 45 i 44, 45 i 46, 46 i 42, 46 i 48, 46 i 44)

**1 punkt**

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 45 (45 i 42, 45 i 48, 45 i 44, 45 i 46)

*LUB*

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 46 (46 i 42, 46 i 48, 46 i 44)

*LUB*

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę (45, 46) i wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Agnieszkę (42, 48, 44, 46)

**0 punktów**

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

**Uwagi**

- Jeżeli uczeń przyjmuje, że wszystkie fotele są zwrócone przodem do kierunku jazdy pociągu, to stosuje się poniższe zasady oceniania.

**2 punkty – pełne rozwiązanie**

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc w przedziale przez Edytę i Agnieszkę (45 i 41, 45 i 42, 45 i 43, 45 i 44, 45 i 46, 45 i 47, 45 i 48, 46 i 41, 46 i 42, 46 i 43, 46 i 44, 46 i 45, 46 i 47, 46 i 48)

**1 punkt**

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 45 (45 i 41, 45 i 42, 45 i 43, 45 i 44, 45 i 46, 45 i 47, 45 i 48)

*LUB*

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 46 (46 i 41, 46 i 42, 46 i 43, 46 i 44, 46 i 45, 46 i 47, 46 i 48)

*LUB*

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę (45, 46) i wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Agnieszkę (41, 43, 47, 45, 42, 48, 44, 46)

**0 punktów**

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

- Jeżeli uczeń przyjmuje, że fotele o numerach nieparzystych są zwrócone przodem do kierunku jazdy pociągu, a fotele o numerach parzystych są zwrócone tyłem do kierunku jazdy pociągu, to stosuje się poniższe zasady oceniania.

**2 punkty – pełne rozwiązanie**

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc w przedziale przez Edytę i Agnieszkę (45 i 41, 45 i 43, 45 i 47, 46 i 45, 46 i 41, 46 i 43, 46 i 47)

**1 punkt**

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 45 (45 i 41, 45 i 43, 45 i 47)

*LUB*

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 46 (46 i 45, 46 i 41, 46 i 43, 46 i 47)

*LUB*

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę (45, 46) i wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Agnieszkę (41, 43, 47, 45)

### **0 punktów**

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

### **Uwagi dotyczące wszystkich sposobów rozwiązania zadania**

- Jeżeli uczeń oprócz wszystkich poprawnych możliwości wyboru miejsc spełniających jednocześnie obydwa warunki zadania podaje również jedną możliwość niespełniającą tych warunków, to otrzymuje 1 punkt.
- Jeżeli uczeń oprócz wszystkich poprawnych możliwości wyboru miejsc spełniających jednocześnie obydwa warunki zadania podaje również więcej niż jedną możliwość niespełniającą tych warunków, to otrzymuje 0 punktów.
- Jeżeli uczeń podaje liczbę możliwości wyboru miejsc bez wskazania numerów tych miejsc, to otrzymuje 0 punktów.

### **Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty**

#### **I sposób**

Wybór miejsc przez dziewczęta w układzie (Edyta, Agnieszka)

(45, 42), (45, 48), (45, 44), (45, 46)

(46, 42), (46, 48), (46, 44)

#### **II sposób**

Wybór miejsc przez dziewczęta w układzie (Agnieszka, Edyta)

(42, 45), (42, 46)

(48, 45), (48, 46)

(44, 45), (44, 46)

(46, 45)

#### **III sposób**

Rozważamy wybór miejsc przez dziewczęta.

Jeśli Edyta wybierze miejsce nr 45, to Agnieszka może zająć jedno z czterech miejsc o numerze 42, 48, 44 lub 46.

Jeśli Edyta wybierze miejsce nr 46, to Agnieszka może zająć jedno z trzech miejsc o numerze 42, 48 lub 44.

#### IV sposób

Jeśli Agnieszka wybierze miejsce nr 42, to Edyta może zająć jedno z dwóch miejsc o numerze 45 lub 46.

Jeśli Agnieszka wybierze miejsce nr 48, to Edyta może zająć jedno z dwóch miejsc o numerze 45 lub 46.

Jeśli Agnieszka wybierze miejsce nr 44, to Edyta może zająć jedno z dwóch miejsc o numerze 45 lub 46.

Jeśli Agnieszka wybierze miejsce nr 46, to Edyta może zająć tylko miejsce o numerze 45.

#### V sposób

Edyta	Agnieszka
45	42
	48
	44
	46
46	42
	48
	44

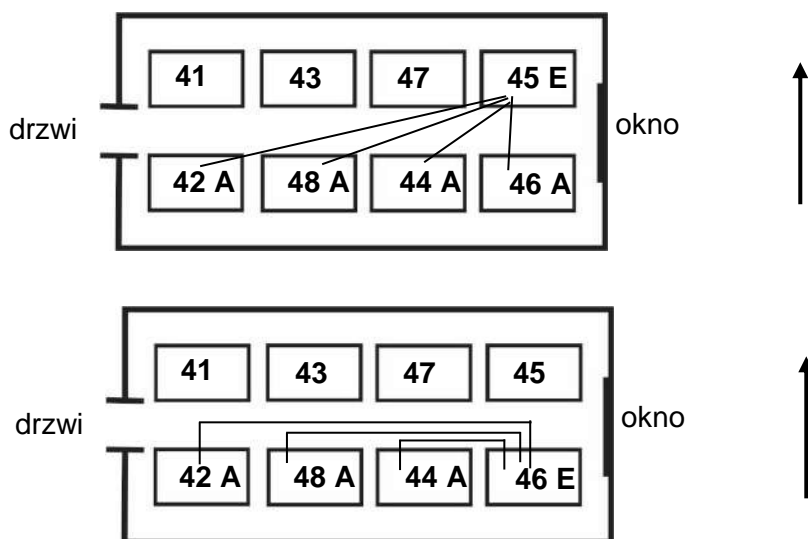
#### VI sposób

Agnieszka	Edyta
42	45
	46
48	45
	46
44	45
	46
46	45
	—

#### VII sposób

Edyta ma dwie możliwości wyboru miejsc: 45 lub 46. Agnieszka ma cztery możliwości wyboru miejsc: 42, 48, 44 lub 46. Ponieważ dziewczęta nie mogą obie siedzieć na tym samym miejscu (nr 46), to wszystkich możliwości wyboru miejsc jest 7.

## VIII sposób (graficzny)



## Zadanie 18. (0–2)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

## Zasady oceniania

**2 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie liczby kupionych książek (16)

**1 punkt**

poprawny sposób obliczenia liczby kupionych nagród

LUB

poprawny sposób obliczenia liczby kupionych książek

LUB

poprawny sposób obliczenia liczby kupionych e-booków

**0 punktów**

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

## Zasady oceniania rozwiązań zadania metodą prób i błędów

### 2 punkty – pełne rozwiązanie

sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch par liczb, których różnica jest równa 8, z uwzględnieniem pary 8 i 16 oraz podanie liczby kupionych książek (16)

LUB

sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch par liczb, z których jedna jest 2 razy większa od drugiej, z uwzględnieniem pary 8 i 16 oraz podanie liczby kupionych książek (16)

LUB

sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch liczb podzielnych przez 3, z uwzględnieniem liczby 24 oraz podanie liczby kupionych książek (16)

### 1 punkt

sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch par liczb, których różnica jest równa 8, bez uwzględnienia pary 8 i 16

LUB

sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch par liczb, z których jedna jest 2 razy większa od drugiej, bez uwzględnienia pary 8 i 16

LUB

sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch liczb podzielnych przez 3, bez uwzględnienia liczby 24

### 0 punktów

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

### Uwagi

- Jeżeli uczeń sprawdza wszystkie warunki zadania tylko dla liczby książek 16, to otrzymuje 1 punkt.
- Jeżeli uczeń sprawdza wszystkie warunki zadania tylko dla liczby nagród 24 i podaje poprawną odpowiedź (16), to otrzymuje 1 punkt.

## Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

### I sposób

$x$  – liczba kupionych nagród

$\frac{2}{3}x$  – liczba kupionych książek

$\frac{2}{3}x - 8$  – liczba kupionych e-booków

$$\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x - 8 = x$$

$$\frac{4}{3}x - 8 = x$$

$$\frac{1}{3}x = 8$$

$$x = 24$$

$$\frac{2}{3} \cdot 24 = 16$$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

### II sposób

$x$  – liczba kupionych nagród

$\frac{1}{3}x$  – liczba kupionych e-boków

$\frac{2}{3}x$  – liczba kupionych książek

$$\frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x - 8$$

$$8 = \frac{1}{3}x$$

$$x = 24$$

$$\frac{1}{3} \cdot 24 + 8 = 8 + 8 = 16$$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

### III sposób

$x$  – liczba kupionych książek

$(x - 8)$  – liczba kupionych e-booków

$$x = \frac{2}{3}(x + x - 8)$$

$$3x = 4x - 16$$

$$x = 16$$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

### IV sposób

$x$  – liczba kupionych e-booków

$x + 8$  – liczba kupionych książek

$$x + 8 = \frac{2}{3}(x + x + 8)$$

$$x + 8 = \frac{2}{3}(2x + 8)$$

$$3x + 24 = 4x + 16$$

$$24 - 16 = 4x - 3x$$

$$x = 8$$

$$8 + 8 = 16$$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

### V sposób

$x$  – liczba kupionych książek

$(x - 8)$  – liczba kupionych e-booków

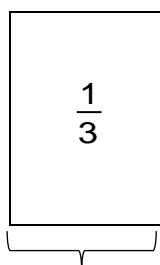
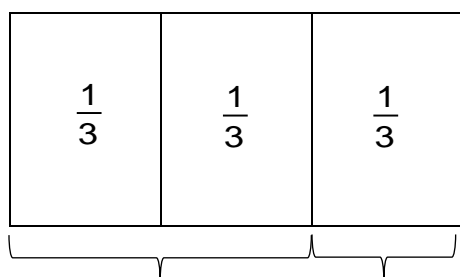
$$\frac{1}{2}x = x - 8$$

$$x = 2x - 16$$

$$x = 16$$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

### VI sposób



liczba książek – liczba e-booków = 8

$$\frac{1}{3} \text{ to } 8$$

$$\frac{2}{3} \text{ to } 16$$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

**VII sposób**

Liczba e-booków	Liczba książek	Liczba nagród	Sprawdzenie
6	14	20	$\frac{2}{3} \cdot 20 \neq 14$ — nie spełnia
7	15	22	$\frac{2}{3} \cdot 22 \neq 15$ — nie spełnia
8	16	24	$\frac{2}{3} \cdot 24 = 16$ — spełnia
9	17	26	$\frac{2}{3} \cdot 26 \neq 17$ — nie spełnia

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

**VIII sposób**

Liczba e-booków	Liczba książek	Sprawdzenie
6	12	$12 - 6 = 6 \neq 8$ — nie spełnia
7	14	$14 - 7 = 7 \neq 8$ — nie spełnia
8	16	$16 - 8 = 8$ — spełnia
9	18	$18 - 9 = 9 \neq 8$ — nie spełnia

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

**IX sposób**

Liczba nagród jest większa od 8 i podzielna przez 3.

Liczby spełniające te warunki: 9, 12, 15, 18, 21, 24, ...

$$\frac{2}{3} \cdot 9 - \frac{1}{3} \cdot 9 = 3 \neq 8$$

$$\frac{2}{3} \cdot 18 - \frac{1}{3} \cdot 18 = 6 \neq 8$$

$$\frac{2}{3} \cdot 24 - \frac{1}{3} \cdot 24 = 8$$

$$\frac{2}{3} \cdot 24 = 16 \text{ — liczba książek}$$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

**Zadanie 19. (0–3)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach. 14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.		

**Zasady oceniania**

**3 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie liczby poduszek uszytych w marcu (462) z zastosowaniem poprawnego sposobu ich wyznaczenia

**2 punkty**

poprawny sposób obliczenia liczby godzin przepracowanych w marcu

*LUB*

poprawny sposób obliczenia liczby dni roboczych w marcu i poprawny sposób obliczenia liczby poduszek uszytych w ciągu jednego dnia pracy

*LUB*

poprawny sposób obliczenia liczby poduszek uszytych w ciągu tygodnia

*LUB*

poprawny sposób obliczenia łącznej liczby poduszek uszytych w marcu, gdyby pracowano tylko jedną godzinę każdego dnia roboczego

**1 punkt**

poprawny sposób obliczenia liczby dni roboczych w marcu

*LUB*

poprawny sposób obliczenia liczby poduszek uszytych w ciągu jednego dnia pracy

**LUB**

poprawny sposób obliczenia liczby godzin pracy w ciągu jednego tygodnia

**LUB**

poprawny sposób obliczenia czasu potrzebnego na uszycie jednej poduszki

### 0 punktów

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

### Uwagi

- Jeżeli uczeń przyjmuje, że marzec ma 30 dni i rozwiązuje zadanie do końca, stosując poprawne pozostałe sposoby oraz nie popełnia błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
- Jeżeli uczeń podaje, że marzec ma 31 dni, ale błędnie ustala liczbę dni wolnych od pracy na 8 lub 10 i rozwiązuje zadanie do końca, stosując poprawne pozostałe sposoby oraz nie popełnia błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
- Błędy w zliczaniu liczby dni roboczych traktuje się jako błędy rachunkowe.

### Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

#### I sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 soboty i 5 niedziel

$$31 - 9 = 22 - \text{liczba dni roboczych}$$

$$22 \cdot 7 = 154 - \text{liczba godzin pracy w marcu}$$

$$154 \cdot 3 = 462 - \text{liczba poduszek uszytych w marcu}$$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

#### II sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 soboty i 5 niedziel

$$31 - 9 = 22 - \text{liczba dni roboczych}$$

$$3 \cdot 7 = 21 - \text{liczba poduszek uszytych w ciągu jednego dnia pracy}$$

$$22 \cdot 21 = 462 - \text{liczba poduszek uszytych w marcu}$$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

#### III sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 soboty i 5 niedziel

$$31 - 9 = 22 - \text{liczba dni roboczych}$$

$$22 \cdot 7 = 154 - \text{liczba godzin pracy w marcu}$$

$$60 \text{ min} : 3 = 20 \text{ min} = \frac{1}{3} \text{ h} - \text{czas potrzebny na uszycie 1 poduszki}$$

$$154 : \frac{1}{3} = 154 \cdot 3 = 462$$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

#### IV sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 soboty i 5 niedziel

$31 - 9 = 22$  – liczba dni roboczych

$22 \cdot 3 = 66$  – liczba poduszek uszytych w marcu, gdyby pracowano tylko jedną godzinę każdego dnia roboczego

$$66 \cdot 7 = 462$$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

#### V sposób

$31 : 7 = 4 \frac{3}{7}$  – liczba tygodni w tym miesiącu

Ponieważ, miesiąc rozpoczął się w niedzielę, to liczbę dni wolnych można obliczyć w następujący sposób:

$$4 \frac{3}{7} \cdot 2 = 8 \frac{6}{7} \approx 9 \text{ – liczba dni wolnych od pracy}$$

$31 - 9 = 22$  – liczba dni roboczych w marcu

$22 \cdot 7 = 154$  – liczba godzin pracy w marcu

$$154 \cdot 3 = 462$$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

#### VI sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 tygodnie i 2 dni robocze

$3 \cdot 7 = 21$  – liczba poduszek uszytych w ciągu jednego dnia pracy

$21 \cdot 5 = 105$  – liczba poduszek uszytych w ciągu jednego tygodnia pracy

$$4 \cdot 105 + 2 \cdot 21 = 420 + 42 = 462$$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

#### VII sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 tygodnie i 2 dni robocze

$7 \cdot 5 = 35$  – liczba godzin przepracowanych w ciągu jednego tygodnia pracy

$35 \cdot 3 = 105$  – liczba poduszek uszytych w ciągu jednego tygodnia pracy

$3 \cdot 7 = 21$  – liczba poduszek uszytych w ciągu jednego dnia pracy

$$4 \cdot 105 + 2 \cdot 21 = 420 + 42 = 462$$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

**Zadanie 20. (0–3)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.		

**Zasady oceniania****3 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie kosztu zakupu nasion trawy (652 zł) z zastosowaniem poprawnego sposobu jego wyznaczenia

**2 punkty**

poprawny sposób obliczenia liczby potrzebnych opakowań nasion trawy (przybliżenie z nadmiarem otrzymanej liczby)

*LUB*

poprawny sposób oszacowania liczby potrzebnych opakowań nasion trawy

**1 punkt**

poprawny sposób obliczenia liczby kilogramów nasion trawy potrzebnych do obsiania powierzchni boiska

*LUB*

poprawny sposób oszacowania powierzchni, która może zostać obsiana nasionami z 3 lub 4 opakowań nasion trawy

**0 punktów**

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

### **Uwagi**

- Jeżeli uczeń podaje bez uzasadnienia poprawną liczbę opakowań nasion trawy (4) i oblicza koszt zakupu tych nasion, to otrzymuje 0 punktów.
- Jeżeli uczeń poprawnie oblicza pole boiska, następnie podaje poprawną liczbę opakowań nasion trawy (4) i poprawnie oblicza koszt zakupu tych nasion, to za takie rozwiązanie otrzymuje 1 punkt.
- Nie ocenia się stosowania jednostek miary.

### **Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty**

#### **I sposób**

$P = 46 \cdot 30 = 1380 \text{ (m}^2\text{)}$  – powierzchnia boiska

$1380 : 40 = 34,5 \text{ (kg)}$  – liczba kilogramów nasion trawy potrzebnych do obsiania powierzchni boiska

$34,5 : 10 = 3,45$  – trzeba kupić 4 opakowania nasion trawy

$4 \cdot 163 \text{ zł} = 652 \text{ zł}$

Odpowiedź: Koszt zakupu nasion trawy był równy 652 zł.

#### **II sposób**

$P = 30 \cdot 46 = 1380 \text{ (m}^2\text{)}$  – powierzchnia boiska

$1380 : 40 : 10 = 3,45$  – trzeba kupić 4 opakowania nasion trawy

$4 \cdot 163 \text{ zł} = 652 \text{ zł}$

Odpowiedź: Koszt zakupu nasion trawy był równy 652 zł.

#### **III sposób**

$P = 46 \cdot 30 = 1380 \text{ (m}^2\text{)}$  – powierzchnia boiska

1 kg nasion na  $40 \text{ m}^2$

$x \text{ kg}$  nasion na  $1380 \text{ m}^2$

$x = 1380 : 40$

$x = 34,5 \text{ (kg)}$

$34,5 : 10 = 3,45 \text{ (opakowania)}$  – zatem trzeba kupić 4 opakowania nasion trawy

$4 \cdot 163 \text{ zł} = 652 \text{ zł}$

Odpowiedź: Koszt zakupu nasion trawy był równy 652 zł.

#### **IV sposób**

$P = 46 \cdot 30 = 1380 \text{ (m}^2\text{)}$  – powierzchnia boiska

1 kg nasion na  $40 \text{ m}^2$

10 kg nasion na  $400 \text{ m}^2$

20 kg nasion na  $800 \text{ m}^2$

30 kg nasion na  $1200 \text{ m}^2$

40 kg nasion na  $1600 \text{ m}^2$  – zatem trzeba kupić 4 opakowania nasion trawy

$4 \cdot 163 \text{ zł} = 652 \text{ zł}$

Odpowiedź: Koszt zakupu nasion trawy był równy 652 zł.

**Zadanie 21. (0–3)**

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe [...].

**Zasady oceniania****3 punkty – pełne rozwiązanie**obliczenie objętości ostrosłupa ( $100 \text{ cm}^3$ )**2 punkty**

poprawny sposób obliczenia objętości ostrosłupa

**1 punkt**

poprawny sposób obliczenia wysokości ostrosłupa

**0 punktów**

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

**Uwagi**

- Jeżeli uczeń bez obliczeń ustala, że  $H = 12 \text{ cm}$ , to za wyznaczenie wysokości ostrosłupa otrzymuje 1 punkt.
- Jeżeli uczeń stosuje błędny sposób wyznaczenia wysokości ostrosłupa i rozwiązuje zadanie do końca, stosując poprawne pozostałe sposoby, to otrzymuje 1 punkt – nie wymaga się poprawności rachunkowej.
- Jeżeli uczeń stosuje jednostki, to ich poprawność ocenia się tylko w wyniku końcowym. Zastosowanie niewłaściwej jednostki traktuje się jako błąd rachunkowy.

### Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

#### I sposób

Pole podstawy ostrosłupa  $P = a^2$

$$P = 5^2 = 25 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Wysokość  $H$  ostrosłupa wyznaczamy z twierdzenia Pitagorasa

$$H^2 + 5^2 = 13^2$$

$$H^2 = 169 - 25$$

$$H^2 = 144$$

$$H = 12 \text{ (cm)}$$

Objętość ostrosłupa obliczamy ze wzoru  $V = \frac{1}{3} \cdot P \cdot H$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 12 = 100 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Odpowiedź: Objętość ostrosłupa jest równa  $100 \text{ cm}^3$ .

#### II sposób

Wysokość  $H$  ostrosłupa wyznaczamy z twierdzenia Pitagorasa

$$H^2 + 5^2 = 13^2$$

$$H^2 = 169 - 25$$

$$H^2 = 144$$

$$H = \sqrt{144}$$

Objętość ostrosłupa obliczamy ze wzoru  $V = \frac{1}{3} \cdot P \cdot H$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot \sqrt{144} = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 12 = 100 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Odpowiedź: Objętość ostrosłupa jest równa  $100 \text{ cm}^3$ .